

VICENTE TOLEDO MACHADO DE MORAIS JUNIOR

**MODELOS DE AFILAMENTO PARA DESCREVER O AFILAMENTO
NATURAL DO FUSTE DE *Tectona Grandis L. f* NA REGIÃO CENTRAL DO
MATO GROSSO.**

Monografia apresentada ao Departamento
de Engenharia Florestal da Universidade
Federal de Viçosa, como parte das
exigências do curso de Engenharia
Florestal.

VIÇOSA
MINAS GERAIS, BRASIL
DEZEMBRO DE 2014

VICENTE TOLEDO MACHADO DE MORAIS JUNIOR

**MODELOS DE AFILAMENTO PARA DESCREVER O AFILAMENTO
NATURAL DO FUSTE DE *Tectona Grandis L. f* NA REGIÃO CENTRAL DO
MATO GROSSO.**

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Florestal da Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do curso de Engenharia Florestal.

Aprovada em 12 de Dezembro de 2014

Prof. Carlos Pedro Boechat Soares
(CO ORIENTADOR)

Prof. Helio Garcia Leite
(ORIENTADOR)

Alvaro Augusto Vieira Soares

AGRADECIMENTO

A Deus, por ter me dado o dom da vida e me conceder forças em momentos que nunca imaginaria conseguir superar.

A minha família, especialmente aos meus anjos Anair Ferreira de Moraes (in memoriam), Vicente de Toledo Machado (in memoriam) e Ademar Aparecido da Maia (in memoriam) que sinto ao meu lado em todo momento. A minha guerreira e batalhadora mãe Aparecida Regina Sanches da Maia, que nunca mediu esforços para me educar e mostrar o caminho certo a ser seguido. Aos meus irmãos Ana, Silvia, Nando, Bárbara e Rita que me incentivaram e me auxiliaram em todos os momentos.

Aos meus grandes amigos, Amana, Jocimar, Mateusão, Luiz, Bruno Celhão, Gelton, Elke, Silvana, Daniele, Mariana, Amanda Cordeiro, Jonathan Rafael, Milena, Maria Alice, Rafael Santiago e Paulinha que de forma muito especial ocupa um enorme espaço em meu coração.

Ao meu orientador, Helio Garcia Leite, que acreditou no meu trabalho e não mediu esforços para me auxiliar permitindo a execução desse trabalho.

Ao professor Carlos Pedro Boechat, que coorientou esse trabalho.

Ao professor, Laércio Antônio Gonçalves Jacovine e todo grupo GEEA.

Aos professores, Aloísio Xavier (UFV), Sílvio Nolasco (UFV), Evandro Orfanó (EMBRAPA-AC) e Nairam Félix (UFV) que também me orientaram em outros trabalhos e permitiu o meu crescimento pessoal e profissional.

À todos da minha república 1511, pelos ótimos momentos, jamais esquecerei.

À todos Professores do DEF/UFV em especial Wantuelfer, Ana Márcia, Cassinha e Haroldo Nogueira pela dedicação, comprometimento e acessibilidade.

À minha turma Engenharia Florestal UFV-2009.

À todos professores e amigos da UFAC que me auxiliaram no período de mobilidade acadêmica.

À todos funcionários do DEF, em especial Jamile, Marquione e Fransisco da biblioteca.

À Universidade Federal de Viçosa pelas oportunidades e conhecimento.

E a todos que contribuíram de maneira direta ou indireta nesse trabalho.

BIOGRAFIA

Vicente Toledo Machado de Morais Junior, filho biológico de Vicente de Toledo Machado e Anair Ferreira de Morais filho de coração-criação de Ademar Aparecido da Maia e Aparecida Regina Sanches da Maia nasceu em 15 de maio de 1991 em Iturama, Minas Gerais.

Estudou na Escola Estadual Bom Sucesso de Carneirinho - MG, onde concluiu o ensino fundamental e uma parte do ensino médio. De 2007 a 2008 cursou o ensino médio no Colégio Magnum Agostiniano de Belo Horizonte.

Em 2009, ingressou no curso de Engenharia Florestal na Universidade Federal de Viçosa (UFV). Atualmente é estagiário na área de Manejo Florestal no Departamento de Engenharia Florestal- UFV com projetos ligados a modelagem e estocagem de carbono

CONTEÚDO

1. INTRODUÇÃO.....	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	3
3. MATERIAL E MÉTODOS.....	8
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	14
5. CONCLUSÃO	18
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	20

EXTRATO

JUNIOR, Vicente Toledo Machado de Moraes. Monografia de graduação. Universidade Federal de Viçosa. Novembro de 2014. **MODELOS DE AFILAMENTO PARA DESCREVER O AFILAMENTO NATURAL DO FUSTE DE *Tectona Grandis L.* f NA REGIÃO CENTRAL DO MATO GROSSO.** Orientador: Helio Garcia Leite.

Com o aumento da área plantada no país as empresas vêm buscando melhores equações para estimar com precisão diâmetro, altura e volume de madeira. Assim o presente trabalho objetivou-se estimar diâmetros ao longo do fuste de Teca utilizando cinco modelos de afilamento, haja visto que pouco se sabe sobre o melhor modelo para descrever o perfil do tronco dessa espécie. O estudo foi realizado na região centro-sul do Mato Grosso, com 87 árvores-amostras de Teca abatidas, plantadas em espaçamento três por três metros, com idade variando de 3 a 12 anos. Testaram-se os seguintes modelos: Demaerschalk(1972), Garay(1979), Kozak et al (1969), Ormerod(1973), Schöpfer (1965). Os ajustes dos modelos foram feitos utilizando o software Excel pelo procedimento de Gauss Newton. As estatísticas para avaliação dos modelos foram: coeficiente de correlação, erro-padrão residual, bias, Médias das diferenças (MDA), Raiz quadrada do erro-médio (RQEM). O polinômio de Schöpfer, não implicou em ganho de precisão nas estimativas. Mesmo sendo simples, o modelo de Demareschalk conseguiu descrever bem o fuste de Teca, quando comparado com modelos mais elaborados. O modelo de Garay obteve o melhor desempenho, sendo

recomendado para descrever o fuste das árvores de Teca na região central do Mato Grosso.

1. INTRODUÇÃO

A modelagem do afilamento do fuste de árvores individuais começou a ser desenvolvida na primeira metade do século XX, após o desenvolvimento de técnicas de análise de regressão. O primeiro a utilizar equações para descrever a forma do fuste foi Hojer em 1903 (Behre, 1923). Atualmente muitos têm sido os esforços dos pesquisadores no estudo de melhores ajustes e equações para estimar o volume de árvores para diferentes espécies. (Figueiredo Filho et al., 2014)

Os modelos possuem diferentes precisões dependendo do local, espécie e tratos silviculturais. Desta forma, aconselha-se testar diferentes modelos e por meio de análises estatísticas e identificar o melhor para cada uso.

Husch et al. (1972) concluíram que a forma do tronco pode ser geometricamente descrita como um neilóide na base, um parabolóide no meio e um cone na extremidade final, não sendo possível determinar a transição de um sólido para outro. Figueiredo Filho et al. (1996 a) concluíram que é necessário a combinação de 10 pontos ao longo do fuste de uma árvore para representar de forma precisa o comportamento da forma do tronco.

Tecnicamente, o afilamento do fuste é descrito como sendo a taxa de decréscimo do diâmetro ao longo do tronco das árvores. A aplicação de equações de afilamento é importante para estimar o volume das florestas e posteriores conversões em multiprodutos, pois por meio delas é possível estimar o diâmetro a uma altura qualquer

do tronco, estimar a altura comercial relativa a um diâmetro mínimo de uso, bem como estimar o volume parcial ou total do fuste.

A maioria dos estudos dedicados às funções de afilamento trata do ajuste de diâmetros ao longo do fuste e do volume como se uma mesma função estimasse com a mesma acurácia as duas variáveis. Porém, um modelo que estime diâmetros satisfatoriamente não é garantia que estimará volumes da mesma forma (Campos e Leite, 2013).

O presente trabalho teve por objetivo testar cinco diferentes modelos de afilamento para descrever o afilamento do fuste de árvores de *Tectona grandis* L.f. (teca), de modo a garantir resultados mais precisos na estimativa de diâmetros comerciais e quantificação de multiprodutos.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Guimarães e Leite (1992) desenvolveram um modelo de taper que resulta em estimativas consistentes de diâmetros em qualquer altura comercial e os volumes com e sem casca de *Eucalyptus* sp., com exatidão semelhante às obtidas pelo uso das equações volumétricas usuais. Esse estudo foi um importante passo na modelagem do fuste de árvores do Brasil, pois foi um dos primeiros trabalhos nesse sentido, desenvolvido para plantios de eucalipto no país, ainda que atualmente o modelo possa não ter a flexibilidade exigida para algumas estimativas.

Machado et al. (2004) analisaram 1100 árvores em várias classes de idade e sujeitas a diferentes regimes de desbastes. Foram calculados os volumes reais de cada árvore individualmente pelos dados obtidos na cubagem rigorosa. Para tal, utilizaram a fórmula de Smalian e testaram-se diversas funções a fim de buscar um ajuste preciso. Os modelos testados foram: Prodan (1965), Kozak et al. (1969), modelo de Potência Fracionárias de Hradetzky (1976). Nesse trabalho foi utilizado o procedimento de “Stepwise” no qual foram testadas potências variando de 0,005 a 25 para a construção do modelo de melhor ajuste. Foi realizado um ranqueamento e pontuou-se cada modelo depois de ajustado. O erro padrão ($Sy.x\%$) e média dos desvio absolutos das estimativas (MDA), foram utilizados para definir o melhor modelo na estimativa do diâmetro com casca. O modelo que obteve a melhor performance estatística foi o de Hradetzky (1976), descrevendo mais precisamente o diâmetro ao longo do fuste das

árvores de *Pinus oocarpa shiede* em Agudos, SP. Ficou claro nesse trabalho a superioridade do modelo de potências Fracionárias em todos os regimes de manejo, caracterizando pela eficiência em estimar o diâmetro na base do fuste em relação a função polinomial de quinto grau (Prodan). Os modelos de Amateis(1987), Clutter(1980) e Kozak(1969) mostram-se tendenciosos nos dois extremos, embora apresentassem estatísticas favoráveis de ajustes e de precisão. Cabe mencionar que os dois modelos que obtiveram os melhores ajustes se mostraram bastantes flexíveis em estimar o perfil do fuste, pois não tiveram influências significativas da idade e do número de desbastes, enquanto os demais tiveram.

Leite et al.(2006) testou diferentes modelos (Kozak, 1969; Baldwin, 1991; Demarschalk, 1972 e Garay, 1979) para *Virola surinamensis* (ROLL.) Warb., objetivando gerar equações de afilamento que tivesse consistência e pudesse ter aplicabilidade em estimar diâmetro ao longo do fuste. Para quantificar o volume individual, foi utilizada a fórmula de Smalian e as equações ajustadas foram avaliadas com base em: coeficiente de determinação (R^2), coeficiente de correlação múltipla (r_{yy}) e análise gráfica dos resíduos. Foi verificado que todos os modelos estimaram corretamente o diâmetro comercial com precisão, no entanto, optou-se pelo modelo de Garay, pois foi o modelo que resultou em equações mais consistentes para as três variáveis implícitas (diâmetro a uma determinada altura, altura e volume). As equações dos demais modelos resultaram em estimativas inconsistentes na estimativa de altura comerciais. Assim criou-se uma curva de cubagem baseada no modelo de Garay para permitir a aplicação prática dessa equação, então com isso tornou-se possível estimar o diâmetro (d), em qualquer altura (h) ou altura comercial (h_c), para determinado limite de diâmetro comercial (d_c), utilizando como input apenas o d_{ap} . Este mesmo tipo de consistência foi mencionado por Cruz (2005).

Souza et al. (2008) comparou diversos modelos na tentativa de obter o melhor para estimar a altura e volume comercial de fustes de *Eucalyptus* sp em Caravelas na Bahia. Testou-se Max e Burkhart (1976), Demaerschalk e Kozak (1977) e Parresol et al. (1987). Baseado na análise gráfica dos resíduos e nas estatísticas do desvio médio (DM), média das diferenças (MD) e desvios padrão das diferenças (DPD), conclui-se que o modelo que respondeu melhor foi o de Max e Burkhart (1967). É importante

salientar que as estimativas dos volumes de toras entre 25 e 35 % da altura total, teve como melhor performance estatística o modelo de Parresol et al. (1987).

Li e Weiskittel (2010) realizaram uma análise que consistiu em uma das primeiras tentativas para desenvolver uma equação de afilamento regional para as espécies de coníferas primárias na Região de Acadian na América do Norte. Das dez equações cônicas avaliadas, a de Clark et al. (1991) foi a melhor em prever o volume do tronco (entre as três principais equações) quando existem medições do diâmetro na parte superior do fuste. O modelo de Kozak et al. (1969) foi capaz de prever a forma do fuste do pinheiro branco e do pinheiro vermelho. Quando comparado com Honer (1965), essas equações de afilamento representam uma grande melhoria com a diminuição no erro de predição em até 45%. Porém, a seleção da melhor equação é difícil, uma vez que, dependem da espécie, do conjunto de dados e do uso pretendido. Por isso, torna-se conveniente utilizar uma média geométrica de todos os prognósticos e para tanto sugeriu-se, quando existe várias equações para uma determinada espécie, ponderá-las a fim de melhorar a exatidão das estimativas.

Leite et al. (2011) empregaram três modelos de afilamento (Demaerschalk, 1972; Garay, 1979 e Omerod, 1973) para estimar o afilamento do cerne de *Tectona grandis* L.f., em plantios no Mato Grosso. Chegou-se à conclusão de que o modelo de Garay obteve as melhores performance estatísticas quando comparado com os demais modelos, comprovando assim a flexibilidade desse modelo para diferentes espécies e demonstrando consistências ao estimar demais variáveis.

Já, Silva et al. (2011) testou a aplicabilidade de 12 modelos para estimar diâmetros ao longo do fuste de *Pinus caribea* var. *hondurensis* no triângulo mineiro. Nesse caso, o modelo de Hradetzky (1976), foi mais eficiente para estimar o diâmetro ao longo do fuste. A melhor estimativa da razão di/dap foi obtida com o modelo de Bruce et al. (1968), sendo que o modelo de Hradetzky (1976) também apresentou bom desempenho. O melhor desempenho para estimativa de volume total foi o modelo de Baldwin Jr. e Feduccia (1991). Em termos gerais o modelo de Hradetzky (1976) obteve a melhor colocação no *ranking* de pontuação dos diversos modelos analisados, sendo, portanto, recomendado para efetuar todas as estimativas.

Na Turquia, Ozçelik e Brooks (2011), testaram dois modelos (Clark et al., 1991; Max e Burkhart, 1967) para avaliar a eficiência desses mesmos nas estimativas do

volume comercial e os diâmetros ao longo do fuste para diversas espécies (*Brutian pine*, *Lebanon cedar*, *Cilicica fir*, *Scots pine* e *Black pine*). Foi proposto um ordenamento para chegar na equação que apresentou as melhores estatísticas para as espécies em geral. A equação recomendada para as espécies foi a de Clark et al.(1991), pois esse estimou os diâmetros nas diversas alturas com precisão, além de estimar os volumes comerciais do fuste das espécies analisadas de forma mais satisfatória.

Kohler et al. (2013), testou o polinômio de quinto grau (Schoepfer, 1966) e o de Potências inteiras e fracionárias (Hradetzky,1976) para *Pinus taeda* em Santa Catarina. Inicialmente os dois modelos foram ajustados para todas as amostras abrangendo todas as idades. Utilizou-se o teste identidade para comparar os ajustes subdivididos em classes de idade com o ajuste geral e determinar se há necessidade de desenvolver equações de afilamento, estratificando os dados em classes de idade. O polinômio de quinto grau apresentou tendências de subestimar os diâmetros da porção superior do tronco. Pelo estudo é possível afirmar que, ambas as equações poderiam ser usadas nas estimativas dos diâmetros ao longo do fuste das árvores, porém o polinômio de equações fracionárias foi selecionado por possuir estatísticas um pouco melhores do que os demais modelos. Assim prosseguiu-se com a segunda etapa do estudo que foi ajustar o polinômio de melhor desempenho estatístico e para cada uma das cinco classes de idades definidas, verificar a necessidade de estratificação por meio da validação e aplicação de um teste de identidade sobre o modelo. Os modelos ajustados por estrato, definidos por classes de idades, diferiram significativamente do ajustado à toda a base de dados. Dessa forma, as equações obtidas por classes de idades apresentaram superioridade nas estimativas, concluindo que o ajuste estratificado por classes de idades propicia uma qualidade superior nas estimativas dos diâmetros.

Existem vários modelos de afilamento capaz de prever o comportamento do diâmetro do tronco ao longo do fuste das árvores, e por integração desses é possível estimar o volume das diferentes partes do tronco e assim planejar uma melhor elaboração do plano de manejo (Campos e Leite, 2013).

No entanto, existem modelos que respondem melhor do que outros dependendo da espécie, condições ambientais, idade e tratos silviculturais. Nesse sentido, o intuito é analisar os modelos que geralmente têm apresentado melhores estimativas estatísticas, minimizando os erros das mesmas.

É preciso destacar que a escolha do modelo deve ser baseada em análises estatísticas e suas respostas para mais de uma variável analisada, sendo melhor escolher modelos que sejam mais flexíveis para diversas variáveis em detrimento a modelos que apresentem boas estimativas para uma variável e para outras não.

De todos os modelos analisados, chamam a atenção o modelo de Potências Fracionárias de Hradetzky (1976), pela sua flexibilidade de ajuste para diversas espécies, assim como o de Garay (1979) que também tem resultado em estimativas eficientes e de grande exatidão para diferentes genótipos e regiões.

3. MATERIAL E MÉTODOS

Os dados utilizados neste estudo foram obtidos pelo abate de 87 árvores-amostra em povoamento de *Tectona grandis* L.f. (teca) estabelecidos no espaçamento inicial de 3,0 x 3,0 m, com idades variando de 3 a 12 anos, localizada na região centro-sul do Estado do Mato Grosso.

Essas árvores-amostras foram colhidas em toda a área da população. Caminhou-se pelo povoamento para o abate e cubagem das árvores em diferentes lugares, de maneira que a população ficasse assim bem representada pela amostra. As árvores apresentavam diâmetro a 1,3 m de altura (dap) entre 12,5 e 38 cm e altura total (Ht) entre 11 e 27 m. Na Tabela 1, mostra-se a distribuição de frequências das 87 árvores-amostra.

Tabela 1- Distribuição e frequência das árvores-amostras de *Tectona grandis* L.f., por classe de diâmetro e altura

Classe de altura (m)	Classe de DAP (cm)						Total
	12,5	18	23	28	33	38	
11	1						1
13	7	1	2				10
15	7	7	10	1			25
17		7	3	4			14
19				8	10		18
21				2	4	6	12
23						5	5
25						2	2
27	15	15	15	15	14	13	87

As posições do fuste onde o diâmetro do cerne foi mensurado foram: 0,1 (base); 0,5; 1,0 m e a partir daí a cada m até o diâmetro mínimo do fuste que é aproximadamente 4,0 cm. A cada seção foi medido os diâmetros com casca do fuste, não foi necessário medir o volume sem casca, pois a relação entre ambos é aproximadamente a mesma. Esses dados foram utilizados para o ajuste e avaliação dos modelos de afilamentos.

Foram testados os seguintes modelos de afilamento:

a) Demaerschalk (1972): $d_i = \sqrt{10^{2\beta_0} DAP^{2\beta_1 - 2} (Ht - hi)^{2\beta_2} Ht^{2\beta_3}} + \epsilon_i$

b) Garay (1979): $d_i = DAP \beta_0 (1 + \beta_1 \ln(1 - \beta_2 h^{\beta_3} \frac{Ht}{\beta_3})) + \epsilon_i$

c) Kozak et al. (1969): $d_i = DAP \sqrt{\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h}{Ht}\right) + \beta_2 \left(\frac{h}{Ht}\right)^2} + \epsilon_i$

d) Omerod (1973): $d_i = DAP \sqrt{\left(\frac{Ht - hi}{Ht - 1,3}\right)^{2\beta_1}} + \epsilon_i$

e) Schöepfer(1965): $d_i = \left[\frac{\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{hi}{Ht}\right) + \beta_2 \left(\frac{hi}{Ht}\right)^2 + \beta_3 \left(\frac{hi}{Ht}\right)^3 + \beta_4 \left(\frac{hi}{Ht}\right)^4 + \beta_5 \left(\frac{hi}{Ht}\right)^5}{DAP} \right] + \epsilon_i$

em que:

dap = diâmetro à 1,30 m de altura (cm); Ht = altura total(m); d_i =diâmetro na altura h (cm); h_i =altura ao longo do fuste (m); β_i = parâmetros, com $i = 0, 1, \dots, n$; e ϵ_i = erro aleatório, sendo $e = \text{NID}(0, \sigma^2)$.

A partir do ajuste dos modelos acima e por meio de processos matemáticos foram obtidos as expressões que permitem estimar os diâmetros, as alturas e os volumes comerciais, conforme apresentados a seguir:

a) Demaerschalk:

$$\hat{d} = 10^{2\hat{\beta}_0} dap^{2\hat{\beta}_1} Ht^{2\hat{\beta}_2} (Ht - h)^{2\hat{\beta}_3}$$

$$\hat{h} = Ht - \left[\frac{d}{10^{\hat{\beta}_0} dap^{\hat{\beta}_1} Ht^{\hat{\beta}_2}} \right]^{\frac{1}{\hat{\beta}_3}}$$

$$\hat{v} = \left(\frac{\pi}{40000} \right) 10^{2\hat{\beta}_0} dap^{2\hat{\beta}_1} Ht^{2\hat{\beta}_2} \left[\frac{(Ht - h_1)^{2\hat{\beta}_3+1} - (Ht - h_2)^{2\hat{\beta}_3+1}}{2\hat{\beta}_3 + 1} \right]$$

b) Garay:

$$\hat{d} = dap\hat{\beta}_0 \left(1 + \hat{\beta}_1 \ln \left(1 - \hat{\beta}_2 h^{\hat{\beta}_3} \frac{Ht}{-\hat{\beta}_3} \right) \right)$$

$$\hat{h} = Ht \left((-\exp \left[(d - dap\hat{\beta}_0) (dap\hat{\beta}_0\hat{\beta}_1)^{-1} \right] - 1) \hat{\beta}_2^{-1} \right)^{\frac{1}{\hat{\beta}_3}}$$

O volume, no modelo de Garay (1979), foi obtido mediante a fórmula de Smalian, a partir dos diâmetros estimados, para alturas relativas observadas na cubagem.

c) Kozak:

$$\hat{d} = dap \sqrt{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \frac{h}{Ht} + \hat{\beta}_2 \left(\frac{h}{Ht} \right)^2}$$

$$\hat{h} = \frac{\hat{\beta}_1 Ht \pm \sqrt{(\hat{\beta}_1 Ht)^2 - 4\hat{\beta}_2 \left(\hat{\beta}_0 H^2 - \frac{d^2 Ht^2}{dap^2} \right)}}{2\hat{\beta}_2}$$

$$\hat{v} = \frac{\pi}{40000} dap^2 \left[\hat{\beta}_0 (h_2 - h_1) + \frac{\hat{\beta}_1}{2Ht} (h_2^2 - h_1^2) + \frac{\hat{\beta}_2}{3Ht^2} (h_2^3 - h_1^3) \right]$$

d) Omerod:

$$\hat{d} = dap \left(\frac{Ht - h}{Ht - 1,3} \right)^{\hat{\beta}_1}$$

$$\hat{h} = Ht - \left\{ \left(\frac{d}{dap} \right)^{\left(\frac{1}{\hat{\beta}_1} \right)} [Ht - 1,3] \right\}$$

$$\hat{v} = \frac{\pi}{40000} dap^2 \left(\frac{1}{H - 1,3} \right)^{2\hat{\beta}_1} \left[\frac{(Ht - h_1)^{2\hat{\beta}_1+1} - (Ht - h_2)^{2\hat{\beta}_1+1}}{2\hat{\beta}_1 + 1} \right]$$

e) Schöepfer

$$\hat{d} = dap \left[\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \left(\frac{h_i}{Ht} \right) + \hat{\beta}_2 \left(\frac{h_i}{Ht} \right)^2 + \hat{\beta}_3 \left(\frac{h_i}{Ht} \right)^3 + \hat{\beta}_4 \left(\frac{h_i}{Ht} \right)^4 + \hat{\beta}_5 \left(\frac{h_i}{Ht} \right)^5 \right] (1)$$

Fez-se as seguintes simplificações para obter a expressão que permite estimar os volumes ao longo do fuste:

$$C_0 = \hat{\beta}_0 \quad ; \quad C_1 = \frac{\hat{\beta}_1}{Ht}, \quad C_2 = \frac{\hat{\beta}_2}{Ht^2}, \quad C_3 = \frac{\hat{\beta}_3}{Ht^3}, \dots; C_5 = \frac{\hat{\beta}_5}{Ht^5}$$

A expressão a ser integrada assume então a seguinte forma;

$$dap_i = D[C_0 + C_1 h + C_2 h^2 + C_3 h^3 + C_4 h^4 + C_5 h^5] + e_i \quad (2)$$

O Volume (V) do sólido de revolução é obtido pela integração de suas áreas seccionais (g_i) entre o limite inferior (h_1) e superior (h_2) que se deseja estabelecer. No caso de árvores, se o volume total é desejado, então: $h_1 = 0$ e $h_2 =$ altura comercial 2.

A integral está representada abaixo:

$$V = \int_{h_1}^{h_2} g_1 \delta h \rightarrow V = \int_{h_1}^{h_2} \frac{\pi d_i^2}{40000} \delta h \rightarrow V = k \int_{h_1}^{h_2} dap_i^2 \delta h \quad (3)$$

$$\text{Sendo, } k = \frac{\pi}{40000}$$

Então, substituído (2) em (3), tem-se:

$$\hat{v} = Kd^2 \int_{h_1}^{h_2} (C_0 + C_1 h_i + C_2 h_i^2 + C_3 h_i^3 + C_4 h_i^4 + C_5 h_i^5)^2 \delta h_i \quad (4)$$

Integrando a expressão (4), obtêm-se expressões que permite obter os sortimentos ou volumes comerciais a qualquer porção do fuste da árvore, além do volume total:

$$\begin{aligned} \hat{v} = Kdap^2 \left[C_0^2 h_i + C_0 C_1 h_i^2 + \left(\frac{2}{3} C_0 C_2 + \frac{1}{3} C_1^2 \right) h_i^3 + \left(\frac{1}{2} C_0 C_3 + \frac{1}{2} C_1 C_2 \right) h_i^4 \right. \\ \left. + \left(\frac{2}{5} C_0 C_4 + \frac{2}{5} C_1 C_3 + \frac{1}{5} C_2^2 \right) h_i^5 + \left(\frac{1}{3} C_0 C_5 + \frac{1}{3} C_1 C_4 + \frac{1}{3} C_2 C_3 \right) h_i^6 \right. \\ \left. + \left(\frac{2}{7} C_1 C_5 + \frac{2}{7} C_2 C_4 + \frac{1}{7} C_3^2 \right) h_i^7 + \left(\frac{1}{4} C_2 C_5 + \frac{1}{4} C_3 C_4 \right) h_i^8 \right. \\ \left. + \left(\frac{2}{9} C_3 C_5 + \frac{1}{9} C_4^2 \right) h_i^9 + \frac{1}{5} C_4 C_5 h_i^{10} + \frac{1}{11} C_5^2 h_i^{11} \right]_{h_1}^{h_2} \end{aligned}$$

Em que,

Dap, Ht, d, h conforme definidos anteriormente. \hat{d} , \hat{h} , \hat{v} são as variáveis diâmetro, altura e volume estimados, $\hat{\beta}_i$ parâmetros estimados com $i = 0, 1, \dots, n$; e d_i é o diâmetro correspondente a qualquer altura h_i comercial ou especificada.

Os Ajustes dos modelos foram feitos no software Excel pelo procedimento de Gauss Newton não linear pela ferramenta GRG do solver. A qualidade estatística dos ajustamentos foi avaliada pelas análises de resíduos e pelas estatísticas: coeficiente de correlação múltipla ($R_{y\hat{y}}$), erro-padrão residual ($s_{y,x}$), bias, raiz quadrada do erro médio (RQEM) e média das diferenças absolutos (MDA) e utilizou-se d_i para os ajustes das equações.

$$RQEM = \frac{100}{\bar{d}} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=2}^n (\hat{d}_i - d_i)^2}$$

$$Bias = n^{-1} \sum_{i=1}^n (\hat{d}_i - d_i)$$

$$r_{y\hat{y}} = \sqrt{1 - \frac{SQResíduo}{SQTotal}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \hat{d}_i)^2}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{d_i - \bar{d}_i}{-2} \right)^2}}$$

$$s_{y.x} = \sqrt{QMRes}$$

$$MDA = \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n |\hat{d}_i - d_i|$$

Foi feita também análise dos resíduos dos modelos, a partir da fórmula abaixo.

$$d(\%) = 100 \frac{\hat{d}_i - d_i}{d_i}$$

em que:

d_i e \hat{d}_i = valores observado e estimado da variável sob análise;

n = número de casos.

Segundo Campos e Leite (2013), essas estatísticas são interpretadas em termos relativos, em comparação com estudos semelhantes. Quanto menores as estimativas de bias, RQEM e MDA, mais confiável é o modelo ajustado.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os parâmetros estimados, coeficientes de correlação ($r_{y\hat{y}}$), erro-padrão das estimativas em porcentagem (S_{yx}), para os cinco modelos avaliados, são apresentados na Tabela 2, para o ajuste feito com todos os dados.

Tabela 2 - Estatísticas das equações ajustadas em sua forma original

Modelo	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	$S_{y,x}$	$r_{y\hat{y}}$
Demaerschalk	0,18470	0,88440	-0,45870	0,46460	-	-	0,74640	0,99700
Kozak	1,35020	-2,83360	1,57830	-	-	-	0,06960	0,99740
Ormerod	-	0,86290	-	-	-	-	0,80750	0,99650
Garay	2,00780	0,23700	0,98190	0,04690	-	-	0,46930	0,99880
Schöepfer	-1,29459	-5,37409	24,05472	-56,27540	59,20254	-23,05584	0,06260	0,98490

Ao analisar essas estatísticas observa-se que o modelo de Garay é o modelo que têm o maior $R_{y\hat{y}}$, ou seja possui o melhor grau de ajustamento quando comparado com os demais. No entanto o coeficiente de correlação serve apenas como um indicador relativo do grau de ajustamento sendo necessário a análise conjunta de outras estatísticas para inferir sobre o melhor. O modelo de Schöepfer foi o modelo que obteve o menor $S_{y,x}$, evidenciando assim que a variação das observações quanto a curva de regressão foram pequenas, todavia esse modelo obteve a pior qualidade nos ajustes.

A avaliação desses modelos pode ser complementada com estatísticas como: bias, MDA e RQEM que permite afirmar mais a respeito do desempenho dos modelos testados (Tabela 3).

Tabela 3- Bias, MDA e RQEM dos modelos analisados

Modelo	Bias	MDA	RQEM
Demaerschalk	-0,0105	1,4862	2,1872
Kozak	1,0039	1,8280	2,4640
Ormerod	0,1536	1,5579	2,3585
Garay	0,9965	1,4510	2,0450
Schöepfer	0,2451	1,2538	10,1126

As estatísticas da Tabela 3 são interpretadas em termos relativos e complementam o estudo quando se utiliza a mesma base de dados. Não permitindo então comparações com valores de outros estudos.

O modelo de Schöepfer resultou em valores próximos de zero para as estatísticas Bias e MDA. No entanto, para a estatística RQEM, o modelo obteve um valor muito alto, o que dificulta a escolha desse modelo para descrever o afilamento do fuste de Teca, já que o elevado valor dessa estatística nos permite concluir que os dados observados no campo diferem significativamente dos dados estimados por esse modelo. O modelo de Kozak resultou nos maiores valores de bias e MDA dos modelos analisados, podendo então afirmar que os estimadores dos parâmetros observados desse modelo são os mais distantes dos estimadores dos parâmetros reais da espécie em estudo.

Ormerod resultou em um bom desempenho estatístico para bias, MDA e RQEM. No entanto esse modelo obteve o maior erro padrão residual das estimativas e o pior ajuste dos dados evidenciado pelo maior valor de S_{yx} e menor valor de $r_{y\hat{y}}$, como mostrado na tabela 2.

O modelo Demaerschalk por mais que seja um modelo simples em sua fórmula, geral apresentou desempenho estatístico satisfatório e superior a Kozak, Ormerod e Schöepfer. As estatísticas bias, MDA e RQEM de Demaerschalk resultaram em valores próximos de zero, não tendo nenhum um valor discrepante, além disso o modelo obteve um grau de ajustamento alto (99,7%) dos dados.

Para complementar a análise do desempenho estatístico dos modelos e auxiliar na escolha do melhor modelo, checaram-se: A adequacidade do modelo para relação sob análise, comportamento da variância, a presença de dados discrepantes, normalidades dos erros, tendenciosidade nas estimativas pela análise gráfica dos resíduos (Figura 1), como proposto por Campos e Leite (2006).

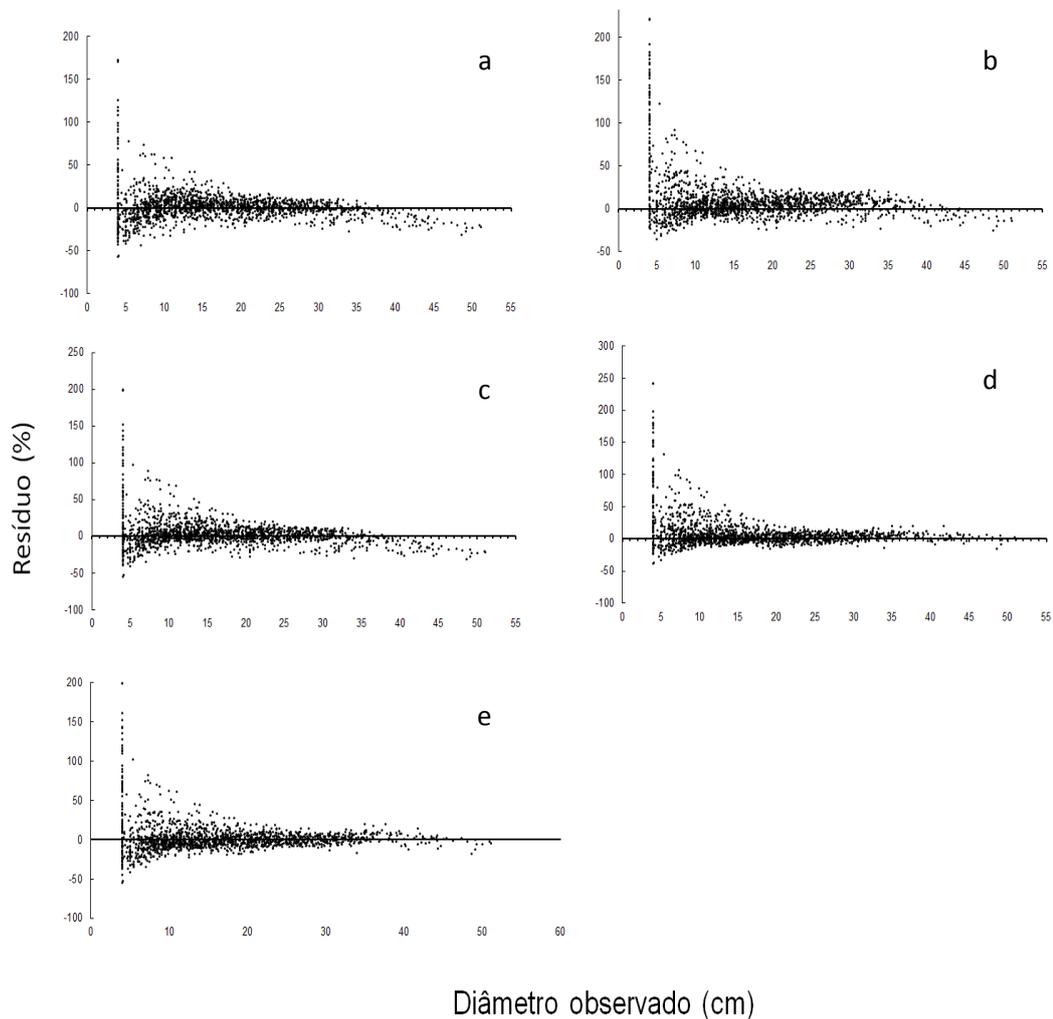


Figura 1 - Distribuição dos resíduos dos diâmetros observados em função dos diâmetros estimados, em porcentagem, dos modelos de a-Demaerschalk, b- Kozak, c- Ormerod, d- Garay e e- Schöpfer.

Observa-se que de uma maneira geral que os modelos não estimam bem os menores diâmetros, sendo necessário um estudo de outros modelos ou de outras

metodologias para estimar com mais precisão o comportamento biológico do fuste de povoamentos jovens de *Teca* sp.

Nos modelos de Demaerschalk, Kozak e Ormerod para as maiores classe de diâmetro do povoamento houve tendências em subestimar os valores dos diâmetros maiores que 40 cm.

O modelo de Garay apresentou a melhor distribuição dos resíduos, descrevendo de maneira mais exata o afilamento do fuste, bem como o melhor desempenho para as seguintes estatísticas: $r_{y\hat{y}}$ e RQEM. Esse modelo não teve estatísticas discrepantes mantendo um desempenho excelente para as estatísticas analisadas.

A título de facilitar o entendimento o desempenho estatístico dos modelos foi proposto um ranque no qual enumera a posição que cada modelo assumiu para determinada estatística analisada.

Tabela 4 - Enumeração do desempenho estatístico de cada modelo estudado

Modelo	Sy.x	$r_{y\hat{y}}$	Bias	MDA	RQEM
Demaerschalk	4º	3º	1º	3º	2º
Kozak	2º	2º	5º	5º	4º
Ormerod	5º	4º	2º	4º	3º
Garay	3º	1º	4º	2º	1º
Schöepfer	1º	5º	3º	1º	5º

Os Modelos de Garay e Demaerschalk foram os únicos que não obtiveram em nenhuma das estatísticas as piores colocações.

Por mais que o modelo de Shöepfer assumiu duas primeiras colocações para as estatísticas de erro padrão médio e Média das diferenças absolutas, suas estatísticas de ajustes e Raiz quadrada do erro médio foram as piores de todos os modelos, evidenciando assim que o aumento de um parâmetro não implicou em ganho de exatidão para as estatísticas analisadas.

O modelo de Kozak por mais que obteve um grau de ajustamento dos dados alto (99,74%), obteve pior desempenho para as estatísticas (Bias e MDA), o que dificulta a utilização do mesmo para estimar diâmetros de *Teca* na área de estudo.

5. CONCLUSÃO

O modelo de Garay é eficiente para descrever o perfil do fuste de *Tectona Grandis L. f* povoamentos estudados.

Todos os modelos resultaram em menor precisão para os menores diâmetros, permitindo concluir que é importante avaliar outras metodologias ou modelos para estimar árvores de Teca mais jovens.

O emprego do polinômio de 5º grau, mesmo com o maior número de parâmetros, não resultou em ganho de exatidão nas estimativas.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMATEIS, R.L e BURKRART, H.E. Cubic- foot volume equation for loblolly pine trees in cutover site- prepared plantations. **Southern Journal of applied forestry**, Washington, v.11, n.4, p. 190-192, nov. 1987.

BALDWIN JUNIOR, V.C. e FEDUCCIA, D.P. Compatible tree-volume and upper-stem diameter equations for Loblolly Pine plantations in the West Gulf region South. **Journal of Applied Forestry**, Bethesda, v.15, n.2, p.92-97, 1991.

BEHRE, C.E. Preliminary notes on studies of tree form. **Journal of forestry**, n.21, p. 507-511, 1923.

BRUCE, D.; CURTIS, R.O. and VANCOEVERING, C. Development of a system of taper and volume tables for red alder. **Forest Science**, Bethesda, v.14, n.3, p.339-350, 1968.

CAMPOS, J.C.C.; LEITE, H.G. **Mensuração Florestal- perguntas e respostas**. 2 ed. Viçosa, MG; Universidade Federal de Viçosa- Editora UFV.470p, 2006.

CLARK, A.C. Souter, R.A., and Schlaegel B.E. Stem profile equations for southern tree species. **USDA For. Serv. South**. Res. Pap. SE-282. Asheville, NC.113 p, 1991.

CLUTTER, J.L. Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. **Forest Science**, Washington, V. 26, n.1, p. 117-120, 1980.

CRUZ, J.P. **Crescimento e produção de tectona grandis na região de Tangará da serra- Mato Grosso**, 2005. 45f. Dissertação de mestrado em Ciências Florestais da Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2005.

DEMAERSCHALK, J. P. e KOZAK, A. The whole bole system: a conditional dual equation system for precise prediction of tree profiles. **Canadian Journal for Research**, v.7, p.488-497, 1977.

DEMAERSCHALK, J.P. Integrated systems for the estimation of tree taper and volume. **Canadian Journal Forest Research**, Ottawa, v.3, n.90, p.90-94, 1972.

FIGUEIREDO-FILHO, A., BORDERS, B.E., HITCH, K.L. Taper equations for Pinus taeda plantations in Southern Brazil. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v.83, p.39-46, 1996.

FIGUEIREDO FILHO, A.; MACHADO, S.A; MIRANDA, R.O.V; RETSLAFF, F. A. S.(2014). **Compêndio de equações de volume e de afilamento de espécies florestais plantadas e nativas para as regiões geográficas do Brasil**. Editado por Afonso Figueiredo Filho, Sebastião do Amaral Machado, Rodrigo Otávio Veiga de Miranda e Fabiane Aparecida de Souza Retslaff em Curitiba, Paraná e Universidade Estadual do Centro-Oeste, 306p. 2014.

GARAY, L. Tropical forest utilization system VIII. A taper model for entire stem profile including buttressing. Seattle: Coll. Forest Res., **Inst. Forest Prod. Univ. Wash.**, 1979. 64 p.

GUIMARÃES, D.P; LEITE, H.G. Um novo modelo para descrever o perfil do tronco. **Rev. Àrv., Viçosa**, 16 (2): 170-180, 1992.

HONER, T.G.1967. Standard volume tables and merchantable conversion factors for the commercial tree species of central and Eastern Canada. For. Manage. **Res. And. Serv.Inst. Inform.** Rep. FMR-X-5, 21 p+ Apendices. Ottawa, Ontario (cit. in CAO, Q.V.et al., 1980)

HRADETZKY, J. Analyse und interpretation statistischer abräanger Keiten. (Biometrische Beiträge zu aktuellen forschung projekten).Baden: **Württemberg Mitteilungen der FVA**, Helf 76,1976. (Abt. Biometric und Informatik, 21).

HUSCH, B.; MILLER, C.I. & BEERS, T.W. **Forest mensuration**. 2.ed. New York, The Ronald Press Co, 1972, 410p.

KOEHLER, H.S e FIGUEIREDO FILHO, A. Modelos de afilamento para *Pinus taeda* por classes de idade. **Floresta e Ambiente**; 20 (4): 470- 479, 2013.

KOZAK, A.; MUNRO, D.P.; SMITH, J.H.G Taper function and their application in forest inventory. **Forest Dronicle**, Toronto, v. 45, n. 4, p. 278-283, 1969.

LEITE, H.G.; OLIVEIRA NETO, R.R.; MONTE, M.A.; FARDIN, L.; ALCANTRA, A.M.; BINOTI, M.L.M.S.; CASTRO, R.V.O. Modelo de afilamento de cerne de *Tectona grandis L.F.* **Sci. For.**, Piracicaba, v. 39, n.89, p. 053-059, mar.2011.

LEITE, H.G; GAMA, J.R.V.; CRUZ, J.P e SOUZA, A.L. Função de afilamento para *Virola Surinamensis* (ROLL.) WARB.; **R. Àrvore**, Viçosa-MG, v.30, n.1, p. 99-106, 2006.

LI, R. ; WEISKITEKK,A.R. ; Comparison of model forms for estimating stem taper and volume in the primary conifer species of the North American Acadian Region. **Ann. For.Sci.** 67 (2010)302.

MACHADO, S.A.; URBANO, E. ; CONCEIÇÃO, M.B ; FIGUEIREDO FILHO, A.; FIGUEIREDO, D. J; Comparação de modelos de afilamento do tronco para diferentes Idades e Regimes de Desbastes em Plantações de *Pinus oocarpa.Schiede*.Bol.Pesq. F.I., **Colombo**, n. 48, p. 41-64, jan/jun. 2004.

MAX, T.A.; BURKHART, H.E. Segmented polinomial regression applied to taper equations. **Forest Science**, Washington, v.22, n.3, p.283-289, 1976.

ORMEROD, D.W. A simple bole model. **Forest Chronicle**, Toronto, v.49, n.3, p.136-138, 1973.

OZÇELIK, R.; BROOKS, J.R.; Compatible volume and taper models for economically important tree species of turkey. **Annals of Forest Science** 69: 105-118, 2012.

PARRESOL, B. R.; HOTVEDT, J. E.; CAO, Q. V. "A Volume and taper prediction system for bald cypress. **Canadian J. of Forest Research**, Ottawa, v. 17, n.3, p. 250-259, 1987.

PRODAN, M. Holzmesselehre, Frankfurt: M.J.D. **Sauerlanders Verlag**, 644p, 1965.

SCHOEPFER, W. Automatisierung des massen, sorten und wertberechnung stenender waldbestände schriftenreihe Bad. **Wurtt-Forstl**; 1966.

SILVA,F.; CORTE,A.P.D.; SANQUETTA, C.R. Equações de afilamento para descrever o volume total do fuste de *Pinus caribea* var.hondurensisna região do triângulo mineiro. **Sci For. Piracicaba**, v. 39, n. 91, p. 367-376, set. 2011.

SOUZA, C.A.M; SILVA, G.F; XAVIER, A.C.; CHICHORRO, J.F.SOARES, C.P.B; SOUZA, A.L. Avaliação de modelos de afilamento segmentados na estimação da altura e volume comercial de fustes de *Eucalyptus* sp.; **R.Árvore**, Viçosa- MG, v.32, n.3, p.453-463, 2008.