

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS RURAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA FLORESTAL**

**MODELOS DE AFILAMENTO PARA *Pinus taeda* L.
AJUSTADOS SEGUNDO A FORMA DO TRONCO E
MÉTODOS DE ESTRATIFICAÇÃO**

TESE DE DOUTORADO

CARLOS ALBERTO MARTINELLI DE SOUZA

**Santa Maria, RS, Brasil
2009**

**MODELOS DE AFILAMENTO PARA *Pinus taeda* L.
AJUSTADOS SEGUNDO A FORMA DO TRONCO E
MÉTODOS DE ESTRATIFICAÇÃO**

por

Carlos Alberto Martinelli de Souza

Tese apresentada ao Curso de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Área de Concentração em Manejo Florestal, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de
Doutor em Engenharia Florestal

Orientador: Prof. Dr. César Augusto Guimarães Finger

**Santa Maria, RS, Brasil
2009**

**Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Ciências Rurais
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal**

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,
aprova a Tese de Doutorado

**MODELOS DE AFILAMENTO PARA *Pinus taeda* L.
AJUSTADOS SEGUNDO A FORMA DO TRONCO E
MÉTODOS DE ESTRATIFICAÇÃO**

elaborada por
Carlos Alberto Martinelli de Souza

como requisito parcial para obtenção do grau de
Doutor em Engenharia Florestal

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. César Augusto Guimarães Finger, Dr. (UFSM)
(Presidente/Orientador)

Prof. Gilson Fernandes da Silva, Dr. (UFES)

Prof. Luciano Farinha Watzlawick, Dr. (UNICENTRO)

Prof. Luis Felipe Dias Lopes, Dr. (UFSM)

Profa. Magda Lea Bolzan Zanon, Dra. (UFSM)

Santa Maria, 18 de Dezembro de 2009.

Dedicatória,
a Deus, meus pais, irmã, sobrinhas,
afilhada e minha linda e amada esposa
Marcelle.

“Sem saber que era impossível, foi lá e fez.”

Steven Dubner

AGRADECIMENTOS

Agradeço imensamente a todos que de alguma forma colaboraram para que mais essa etapa fosse cumprida.

Especialmente ao meu orientador, Prof. Dr. César Augusto Guimarães Finger, por ter cedido generosamente seu tempo, conhecimento e paciência, o que foi preponderante para a realização deste trabalho.

Aos co-orientadores, Prof. Dr. Paulo Renato Schneider e Frederico Dimas Fleig, e aos professores Dr. Ivanor Muller, Dr. Sólton Jonas Longhi e Dr. Gilson Fernandes da Silva, sempre dispostos a passarem seus vastos conhecimentos com amizade e paciência.

À empresa Klabin S.A pela cessão dos dados.

À Universidade Federal de Santa Maria, ao Centro de Ciências Rurais e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, pela possibilidade da realização do Doutorado. Em especial, aos professores e funcionários do curso, pela colaboração.

Ao CNPq pela concessão da bolsa de estudos.

À minha família e amigos, em especial aos meus pais e irmã pelo incentivo desde o início desta trajetória e a minha esposa pela compreensão e por conseguir superar os obstáculos impostos pela distância entre o ES e o RS.

Aos colegas da pós-graduação, sem citar nomes para não cometer a injustiça de esquecer algum.

Aos amigos César e Cláudio pelos dados, Paulo Floss e Cissa pelas boas horas de conversa e recepção em sua casa, Edson (Bacana), Rômulo, Lorenzo, Magda, Veridiana, Fabiano, Elisabeth, Gérson e Thiago.

E, principalmente, àquele que possibilitou que tudo isso se realizasse, o onipresente, onisciente e onipotente Deus.

RESUMO

Tese de Doutorado

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal
Universidade Federal de Santa Maria, RS, Brasil

MODELOS DE AFILAMENTO PARA *Pinus taeda* L. AJUSTADOS SEGUNDO A FORMA DO TRONCO E MÉTODOS DE ESTRATIFICAÇÃO

Autor: Carlos Alberto Martinelli de Souza

Orientador: Prof. Dr. César Augusto Guimarães Finger

Data e Local da Defesa: Santa Maria, 18 de Dezembro de 2009.

Este trabalho foi realizado com os objetivos de verificar tanto o desempenho de modelos de afilamento segmentados e não segmentados quanto às estimativas dos perfis de árvores com 1, 2 e 3 pontos de mudanças de forma nos fustes, quanto a acurácia das estimativas dos perfis dos fustes e alturas comerciais a partir de um modelo de afilamento ajustado com os dados não estratificados, estratificados em classes de dap (diâmetro à altura do peito) e estratificados em classes de quociente de forma. Propôs ainda, a comparação entre de um modelo de afilamento ajustado com os dados sem estratificação e estratificado por uma classe de quociente de forma para estimativa do volume total e desenvolvimento dos resultados destes estudos na construção de uma tabela de classificação de sortimentos de madeira. Os dados para o presente trabalho foram mensurados em povoamentos de *Pinus taeda* L., da Klabin S.A., em Telêmaco Borba-PR. As árvores amostradas cresceram em povoamentos manejados para serraria, com dois desbastes e corte raso, plantio de 1.600 árvores/ha, em espaçamento de 2,50 x 2,50 m. Quarenta árvores foram abatidas e cubadas pelo Método de Smalian, nas posições de: 0,10, 0,30, 0,80, 1,30, e de 1 em 1 metro até a altura total. Nessas posições, foram retiradas fatias transversais do fuste para fins de estudos de reconstituição do crescimento por dendrocronologia, gerando um banco de dados de 649 árvores com idades entre 8 e 30 anos, de onde foram selecionadas aquelas que fizeram parte dos bancos de dados para os estudos propostos. Na busca do melhor modelo para estimativa dos perfis dos fustes, para todos os tipos de árvores, os modelos não segmentados foram superiores, tendo o Polinômio do 5º grau o melhor desempenho e o modelo de Garay o segundo melhor resultado. Em relação ao melhor método para dispor os dados, a estratificação por classe de quociente de forma mostrou o maior ganho de precisão, tendo as classes de $K_{0,7h}$ e $K_{0,5h}$ maiores destaques. A tabela de sortimentos mostrou que, à medida que as árvores têm aumento em suas dimensões, passam a apresentar a possibilidade de retirada de mais produtos e conseqüentemente maior aproveitamento, com pequeno valor residual. As validações mostraram as boas precisões dos modelos usados para construção da tabela de sortimentos.

Palavras-chave: precisão, modelos segmentados, modelos não segmentados, dendrocronologia, sortimentos.

ABSTRACT

Doctor's Thesis

Masters degree Forestry Program
Federal University of Santa Maria, RS, Brazil

TAPER MODELS FOR *Pinus taeda* L. ADJUSTED ACCORDING TO STEM SHAPE AND STRATIFICATION METHODS

AUTHOR: Carlos Alberto Martinelli de Souza

ADVISER: Dr. César Augusto Guimarães Finger

Date and Place of the Defense: Santa Maria, December 18th, 2009.

This study was carried out in order to analyze the performance of segmented and non-segmented taper models in terms of estimates for trees profiles with 1, 2 and 3 shape change points in stems; to test the accuracy of estimates of stem profiles and commercial height based on an adjusting taper model with non-stratified data, stratified in classes of DBH (diameter at breast height) and stratified in classes of shape quotient; and to examine the influence of the results on the formulation of a classification table for wood assortments. The data to this study were measured in *Pinus taeda* L. stands from Klabin S.A. in Telêmaco Borba-PR. The sample trees grew up in stands managed to sawmill, with two thinnings and coppicing, plantation of 1.600 trees/ha, spacing of 2,50 x 2,50 m. Forty trees were cut down and cubed by the Smalian method in the following positions: 0,10, 0,30, 0,80, 1,30, and in each meter until the total height. In these positions, stem transversal slices were obtained to study the reconstruction of growth using dendrocronology and it generated a database of 649 trees aged between 8 and 30 years, among which the samples to this research were selected. Aiming at the best model to estimate the stem profiles, for all kinds of trees the non-segmented models were superior, the 5th degree polynomial showed a better performance and the Garay model presented the second best result. Considering the best method to illustrate the data, the stratification by classes of shape quotient was more accurate, emphasizing $K_{0,7h}$ and $K_{0,5h}$ classes. The assortments table proved that the higher the trees dimensions, the higher the possibility of obtaining more products and, consequently, the better the performance, with a lower residual value. The validation also showed the accuracy of the models adopted in the assortments table.

Key words: accuracy, segmented models, non-segmented models, dendrocronology, assortments.

LISTA DE TABELAS

	Página
CAPÍTULO 1	
TABELA 1 - Distribuição de freqüência das árvores com 1, 2 e 3 pmf por classe de diâmetro e altura.....	44
TABELA 2 - Critérios para avaliação do ajuste e validação dos modelos.....	48
TABELA 3 - Estatísticas e <i>ranking</i> para determinação do modelo com o melhor desempenho para estimativa dos perfis dos fustes.....	51
TABELA 4 - Parâmetros e estatísticas dos modelos para estimar os pontos de mudança de forma.....	57
CAPÍTULO 2	
TABELA 1 - Distribuição de freqüência das árvores-amostra por diâmetro e altura.....	67
TABELA 2 - Critérios para avaliação do ajuste e validação dos modelos.....	70
TABELA 3 - Parâmetros e estatísticas das equações ajustadas para estimativa dos perfis dos fustes.....	72
TABELA 4 - Resultado das estatísticas <i>viés</i> , média das diferenças absolutas (md) e desvio padrão das diferenças (dpd) e o <i>ranking</i> para a estimativa do perfil do fuste.....	73
TABELA 5 - Parâmetros e estatísticas das equações ajustadas para estimativa das alturas comerciais.....	74
TABELA 6 - Resultado das estatísticas <i>viés</i> , média das diferenças absolutas (md) e desvio padrão das diferenças (dpd) e o <i>ranking</i> para a estimativa da altura onde ocorre o diâmetro de 24 cm.....	75
TABELA 7 - Estatísticas <i>viés</i> , média das diferenças absolutas (md) e desvio padrão das diferenças (dpd) e o <i>ranking</i> para a estimativa da altura onde ocorre o diâmetro de 18 cm.....	77
TABELA 8 - Resultado das estatísticas <i>viés</i> , média das diferenças absolutas (md) e desvio padrão das diferenças (dpd) e o <i>ranking</i> para a estimativa da altura onde ocorre o diâmetro de 8 cm.....	80
TABELA 9 - Parâmetros e estatísticas da equação ajustada para estimar $d_{0,7h}$	85
TABELA 10 - Resultado das estatísticas <i>viés</i> , média das diferenças absolutas (md) e desvio padrão das diferenças (dpd) e o <i>ranking</i> para a estimativa do $d_{0,7h}$	86
CAPÍTULO 3	
TABELA 1 - Distribuição de freqüência das árvores-amostra por diâmetro e altura.....	95
TABELA 2 - Critérios para avaliação do ajuste e validação dos modelos.....	96
TABELA 3 - Estatísticas das equações ajustadas para estimativa dos volumes dos fustes.....	102
TABELA 4 - Resultado das estatísticas <i>viés</i> , média das diferenças absolutas (md) e desvio padrão das diferenças (dpd) e o <i>ranking</i> para a estimativa dos volumes.....	103
TABELA 5 - Sortimentos para serraria e celulose de <i>Pinus taeda</i> L.....	105
TABELA 6 - Validações das equações usadas para construção da tabela de	108

sortimentos.....	108
TABELA 7 – Valores de Qui-quadrado calculado e tabelado com ($p \leq 0,01$).....	108
ANEXOS	
ANEXO B	
TABELA 1B - Coeficientes de determinação (R^2) dos ajustes dos modelos para as árvores com 1, 2 e 3 pontos de mudanças de formas.....	116
TABELA 2B - Erro padrão das estimativas dos ajustes dos modelos para as árvores com 1, 2 e 3 pontos de mudanças de formas.....	117
ANEXO C	
TABELA 1C - Volumes individuais de cada classe de sortimento.....	119

LISTA DE FIGURAS

	Página
CAPÍTULO 1	
FIGURA 1 - Localização da área de estudo.....	43
FIGURA 2 - Resíduos das estimativas dos perfis dos fustes dos diferentes tipos de árvores.....	53
FIGURA 3 - Perfis das árvores médias com 1, 2 e 3 pmf com os dados observados e estimados pelos modelos.....	56
FIGURA 4 - Distribuição dos resíduos da estimativa dos pontos de mudanças de forma com os modelos obtidos pelo procedimento <i>stepwise</i>	58
CAPÍTULO 2	
FIGURA 1 - Localização da área de estudo.....	66
FIGURA 2 - Distribuição dos resíduos da estimativa da altura onde o diâmetro tem 24 cm.....	76
FIGURA 3 - Distribuição dos resíduos da estimativa da altura onde o diâmetro tem 18 cm.....	79
FIGURA 4 - Distribuição dos resíduos da estimativa da altura onde o diâmetro tem 8 cm.....	82
FIGURA 5 - Distribuição dos resíduos das estimativas dos perfis dos fustes com as equações ajustadas com os dados estratificados pela classe de $K_{0,7h}$	84
FIGURA 6 – Valores de diâmetros observados x valores de diâmetros ajustados com os dados estratificados pela classe de $K_{0,7h}$	84
FIGURA 7 - Distribuição dos resíduos da estimativa do $d_{0,7h}$ a partir do modelo empírico e pelo modelo de afilamento.....	86
CAPÍTULO 3	
FIGURA 1 - Localização da área de estudo.....	94
FIGURA 2 - Diferentes sortimentos encontrados na árvore utilizados neste estudo.....	99
FIGURA 3 - Distribuição dos resíduos da estimativa do volume total a partir dos dados sem e com estratificação.....	104
FIGURA 4 - Valores observados e estimados da altura total, $d_{0,7h}$ e volume usados para validação das equações.....	109

LISTA DE FÓRMULAS

	Página
REVISÃO DE LITERATURA	
FÓRMULA 1 - Fator de forma artificial ($f_{1,3h}$).....	22
FÓRMULA 2 - Fator de forma natural ($f_{0,1h}$).....	23
FÓRMULA 3 - Quociente de forma de Johnson (K_J).....	24
FÓRMULA 4 - Quociente de forma de Girard (K_G).....	24
FÓRMULA 5 - Quociente de forma de Hohenadl (K_H).....	25
FÓRMULA 6 - Quociente de forma natural.....	25
FÓRMULA 7 - Fator de forma natural.....	25
CAPÍTULO 1	
FÓRMULA 1 - Modelo segmentado de Max e Burkhart.....	46
FÓRMULA 2 - Modelo segmentado de Max e Burkhart Modificado.....	46
FÓRMULA 3 - Modelo segmentado de Max e Burkhart Modificado.....	46
FÓRMULA 4 - Polinômio do 5° grau.....	47
FÓRMULA 5 - Modelo de Garay	47
FÓRMULA 6 - Viés	48
FÓRMULA 7 - Média das diferenças absolutas (md).....	48
FÓRMULA 8 - Desvio-padrão das diferenças (d_{pd}).....	48
FÓRMULA 9 - Resíduo.....	49
FÓRMULA 10 - PMF 1.....	57
FÓRMULA 11 - PMF 2.....	57
FÓRMULA 12 - PMF 3.....	57
CAPÍTULO 2	
FÓRMULA 1 - Polinômio do 5° grau.....	68
FÓRMULA 2 - Polinômio do 5° grau com as variáveis invertidas.....	68
FÓRMULA 3 - Viés.....	70
FÓRMULA 4 - Média das diferenças absolutas (md).....	70
FÓRMULA 5 - Desvio-padrão das diferenças (d_{pd}).....	70
FÓRMULA 6 - Resíduo.....	70
FÓRMULA 7 - Modelo $d_{0,7h}$	85
CAPÍTULO 3	
FÓRMULA 1 - Viés	96
FÓRMULA 2 - Média das diferenças absolutas (md).....	96
FÓRMULA 3 - Desvio-padrão das diferenças (d_{pd}).....	96
FÓRMULA 4 - Resíduo.....	97
FÓRMULA 5 - Polinômio do 5° grau.....	97
FÓRMULA 6 - Equação para cálculo do volume.....	98
FÓRMULA 7 – Qui-quadrado.....	101

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
1.1 Objetivos	16
2 REVISÃO DE LITERATURA	17
2.1 Considerações iniciais	17
2.2 Origem da espécie estudada.....	18
2.3 Inventário florestal para multiprodutos.....	18
2.4 Formas do fuste.....	19
2.5 Métodos de expressão da forma dos fustes.....	20
2.5.1 Fator de forma.....	21
2.5.1.1 Fator de forma artificial ($f_{1,3}$).....	21
2.5.1.2 Fator de forma natural ($f_{0,1}$).....	22
2.5.2 Quociente de forma.....	23
2.5.2.1 Quociente de forma de Johnson (K_j).....	24
2.5.2.2 Quociente de forma de Girard (K_g).....	24
2.5.2.3 Quociente de forma de Hohenald (K_H).....	25
2.5.3 Modelos de afilamento.....	25
2.5.3.1 Modelos não segmentados.....	27
2.5.3.2 Modelos segmentados.....	30
3 BIBLIOGRAFIA	33
CAPÍTULO 1	
MODELOS DE AFILAMENTO PARA <i>Pinus taeda</i> L. BASEADOS EM PONTOS DE MUDANÇA DE FORMA	
RESUMO	39
CHAPTER 1	
TAPER MODELS FOR <i>Pinus taeda</i> L. BASED ON FORM CHANGE POINTS	
ABSTRACT	40
1 INTRODUÇÃO	41
2 MATERIAIS E MÉTODOS	43
2.1 Localização e descrição da área de coleta dos dados.....	43
2.2 Características do povoamento.....	44
2.3 Informações coletadas.....	44
2.4 Determinação dos pontos de mudanças de formas nos fustes.....	45
2.5 Modelos estudados.....	46
2.5.1 Modelo segmentado de Max e Burkhart – modelo 1.....	46
2.5.2 Polinômio do 5º grau – modelo 2.....	47
2.5.3 Modelo de Garay – modelo 3.....	47
2.6 Avaliação dos modelos.....	47
3 RESULTADOS E DISCUSSÕES	50
3.1 Ajustes dos modelos.....	50
3.2 Análise das estatísticas quanto aos desempenhos dos modelos na estimativa dos perfis dos fustes das árvores com um, dois e três pontos de mudanças de forma.....	50
3.3 Análise dos resíduos quanto aos desempenhos dos modelos na estimativa dos perfis dos fustes das árvores com um, dois e três pontos de mudanças de forma.....	53

3.4 Perfis médios observados e estimados para os diferentes tipos de árvores.....	55
3.5 Modelagem dos pontos de mudança na forma nos fustes.....	57
4 CONCLUSÕES	59
5 BIBLIOGRAFIA	60
CAPÍTULO 2	
ACURÁCIA DO POLINÔMIO DO 5º GRAU AJUSTADO SEM E COM ESTRATIFICAÇÃO EM CLASSES DE DIÂMETRO E DE QUOCIENTES DE FORMA	
RESUMO	62
CHAPTER 2	
ACCURACY OF THE 5TH DEGREE POLYNOMIAL ADJUSTED WITH AND WITHOUT STRATIFICATION IN CLASSES OF DIAMETER AND FORM QUOTIENT	
ABSTRACT.....	63
1 INTRODUÇÃO	64
2 MATERIAIS E MÉTODOS	66
2.1 Localização e descrição da área de coleta dos dados.....	66
2.2 Características do povoamento.....	67
2.3 Informações coletadas.....	67
2.4 Modelo de afilamento.....	68
2.5 Métodos para estratificação dos dados.....	68
2.6 Avaliação dos métodos	69
3 RESULTADOS E DISCUSSÕES	72
3.1 Estatísticas das equações ajustadas para estimativa dos perfis dos fustes.....	72
3.2 Análise das estatísticas para as estimativas do perfil do fuste.....	73
3.3 Estatísticas das equações ajustadas para estimativa das alturas comerciais.....	74
3.3.1 Estatísticas e gráficos dos resíduos para a estimativa da altura onde se encontra o diâmetro de 24 cm.....	75
3.3.2 Estatísticas e gráficos dos resíduos para a estimativa da altura onde se encontra o diâmetro de 18 cm.....	77
3.3.3 Estatísticas e gráficos dos resíduos para a estimativa da altura onde se encontra o diâmetro de 8 cm.....	80
3.4 Validações das equações	83
3.5 Modelagem do diâmetro a 70% da altura total ($d_{0,7}$).....	85
4 CONCLUSÕES.....	87
5 BIBLIOGRAFIA	88
CAPÍTULO 3	
EFICIÊNCIA DE UM MODELO DE AFILAMENTO AJUSTADO SEM E COM ESTRATIFICAÇÃO POR CLASSE DE QUOCIENTE DE FORMA PARA SORTIMENTO DE <i>Pinus taeda</i> L.	
RESUMO	90
CHAPTER 3	
EFFICIENCY OF A TAPER MODEL ADJUSTED WITH AND WITHOUT STRATIFICATION BY CLASS OF QUOTIENT FORM FOR ASSORTMENT OF <i>Pinus taeda</i> L.	
ABSTRACT.....	91

1 INTRODUÇÃO	92
2 MATERIAIS E MÉTODOS.....	94
2.1 Localização e descrição da área de coleta dos dados.....	94
2.2 Características do povoamento.....	95
2.3 Sortimentos de madeira.....	95
2.4 Métodos de estratificação dos dados para estimativa dos volumes.....	95
2.5 Avaliação dos métodos testados	96
2.6 Sortimentos de madeira	97
2.7 Determinação dos sortimentos	100
2.8 Validações das estimativas	101
3 RESULTADOS E DISCUSSÕES	102
3.1 Estatísticas das equações ajustadas para estimativa dos volumes dos fustes	102
3.2 Análise das estatísticas para estimativas do volume.....	102
3.3 Validações das variáveis h, $d_{0,7h}$ e volume.....	107
4 CONCLUSÕES	110
5 BIBLIOGRAFIA	111
6 CONCLUSÕES GERAIS.....	112
7 ANEXOS.....	113

1 INTRODUÇÃO

O setor industrial de base florestal tem sido marcado por um processo de utilização crescente de madeiras provenientes de reflorestamentos, o que coloca o Brasil em sintonia com a ordem mundial, que enfatiza a preservação das florestas naturais e incentiva a implantação de florestas renováveis (SILVA, 2000).

Por outro lado, os desperdícios causados pelos atuais processos de transformação têm induzido à pesquisa e ao desenvolvimento de modelos estatísticos aplicados ao manejo de florestas que auxiliem na definição de uso dessas madeiras e de transformação em produto final, com o intuito de torná-las mais rentáveis (CHICHORRO et al., 2000).

Além disso, verifica-se, mundialmente, o acirramento da concorrência, o que faz com que as empresas adotem uma nova mentalidade, que lhes propicie condições de crescimento, pois a busca pela formação de vantagens competitivas é um dos meios para garantir sua sobrevivência a longo prazo (SOARES, 2002).

Cada vez mais, o mercado exige produtos diversificados e de qualidade. Como os produtos florestais não fogem à regra, faz-se necessário utilizar técnicas de quantificação e qualificação de tais produtos, entre as quais se têm os modelos de afilamento (LEITE et al., 2006).

Segundo Prodan et al. (1997), modelos de afilamento constituem uma importante ferramenta estatística de uso corrente na estimação dos perfis de fustes, pois permitem ao usuário estimar três características básicas das árvores: diâmetro em qualquer ponto do fuste, altura total ou a que se encontra em um diâmetro limite especificado e o volume entre pontos quaisquer do fuste.

O uso de equações de afilamento em inventário e planejamento florestal resulta em informações sobre o número de toras vinculadas às dimensões mínimas de cada produto a ser obtido do povoamento, permitindo o planejamento de produção e logística de transporte e comercialização de madeira (SOARES, 2002).

Vários modelos foram desenvolvidos para esse fim. No entanto, seu aprimoramento e uma melhor compreensão do comportamento deles às diferentes condições climáticas, topográficas, edáficas e silviculturais dos empreendimentos florestais no Brasil, são lacunas a serem estudadas e mais bem compreendidas, para que haja um uso cada vez mais eficiente dessas funções.

1.1 Objetivos

Diante do exposto, este trabalho tem como objetivo geral avaliar a acurácia de modelo(s) de afilamento para estimativa do perfil e de variáveis de interesse ao longo do fuste com os dados agrupados segundo diferentes fontes de variação.

Os objetivos específicos a serem atingidos são:

- Avaliar, entre os modelos de afilamento, aquele com o melhor desempenho para descrever os perfis dos fustes com um, dois e três pontos de mudança de forma no fuste;
- Determinar, dentre os métodos usados para dispor os dados para o ajuste (sem estratificação ou estratificados), aquele que traz maior precisão aos modelos de afilamento;
- Construir uma tabela de sortimentos empregando o melhor dentre os modelos de afilamento ajustado com o método mais eficiente de estratificação dos dados.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Considerações iniciais

Embora tenham ocorrido problemas ao longo de sua aplicação, os incentivos fiscais para o reflorestamento impulsionaram o setor florestal brasileiro, dando início a um processo de profissionalização da área, traduzido principalmente nos setores de papel, móveis, painéis e energia. Além disso, o programa permitiu uma alternativa de fontes de matéria-prima, diminuindo a pressão sobre as florestas nativas, tradicionalmente exploradas de forma predatória (ACERBI JÚNIOR et al., 2008).

Atualmente, o setor florestal no Brasil em sua cadeia de produção contribui com mais de US\$ 32 bilhões para o PIB, o que representa 2,5% do seu total. As exportações do setor chegam a US\$ 8,5 bilhões, representando, em 2007, mais de 5% do total exportado pelo país (REZENDE et al., 2008).

As principais espécies plantadas pertencem aos gêneros *Eucalyptus* e *Pinus*, que hoje ocupam uma área de cerca de cinco milhões de hectares, sendo 64% de *Eucalyptus* e 36% de *Pinus*. As maiores áreas plantadas estão nos estados de Minas Gerais, São Paulo e Paraná, destacando-se, também, Santa Catarina, Bahia, Espírito Santo e Rio Grande do Sul (BALLARIN; JÚNIOR, 2008).

Esses cinco milhões de hectares representam somente 0,63% do território nacional. A maioria da madeira é consumida como lenha e energia, vindo, em seguida, o uso para celulose e, em terceiro plano, a madeira processada, incluindo aqui o uso para painéis reconstituídos (REZENDE et al., 2008).

Entretanto, um empreendimento que tem produção de apenas um tipo de produto fica refém das oscilações do preço de mercado de tal produto, o que não é interessante do ponto de vista econômico (SOUZA, 2007). Uma alternativa para as empresas florestais solucionarem este tipo de problema é o uso dos plantios para atender às demandas do mercado de múltiplos produtos da madeira.

Em países de tradição florestal, cerca de 95% das árvores colhidas são aproveitadas. Desse volume, 16% são destinados ao uso para energia, 20% à fabricação de produtos sólidos da madeira, 36% à conservação de fibras em celulose ou chapas de madeira e o restante para a co-geração ou produção de vapor (FERREIRA, 1999).

De qualquer forma, é necessário, para o planejamento da produção da floresta, que sejam quantificados tais produtos, pois, desse modo, pode-se prever se haverá ou não continuidade e escala no fornecimento de matéria-prima (SOUZA, 2008).

2.2 Origem da espécie estudada

Segundo Marchiori (1996), o *Pinus taeda* L. é a espécie madeireira mais importante dos Estados Unidos, sendo cultivada no sul do Brasil nas terras mais altas da Serra Gaúcha e Planalto Catarinense. As fibras são longas e adequadas à fabricação de papel.

O *Pinus taeda* L. é natural das regiões leste e sudeste dos Estados Unidos, em uma área de ocorrência extensa e descontínua, proporcionando o surgimento de vários ecótipos ou raças geográficas (SHIMIZU, 2006).

A altitude varia entre 0 e 2.400 m e a precipitação média anual, entre 900 e 2.200 milímetros. A temperatura anual situa-se entre 13 e 19° C. A média das máximas do mês mais quente está entre 20 e 25° C, e a média das mínimas do mês mais frio, entre 4 e 18 °C. Os solos são de textura leve a pesada, com pH geralmente ácido e drenagem média. Ocasionalmente, a espécie pode ocorrer em solos sujeitos ao alagamento por um período curto de tempo (EMBRAPA,1988).

O gênero *Pinus* difundiu-se amplamente no Brasil na década de 60, em função dos incentivos fiscais para florestamentos. No Brasil, existem, aproximadamente, 1,8 milhão de hectares de plantações do gênero *Pinus*, com destaque para as regiões Sul e Sudeste (AMBIENTE BRASIL, 2006).

Com densidade entre 0,47 e 0,51 g/cm³, a madeira é usada em construções leves ou pesadas, na produção de laminados, compensados, chapas de fibras e de partículas e na produção de celulose de fibra longa. A espécie não é boa produtora de resina.

2.3 Inventário florestal para multiprodutos

De acordo com Pélico Neto e Brena (1997), inventário florestal é uma atividade que visa a obter informações qualitativas e quantitativas dos recursos florestais existentes em uma área pré-definida.

Ainda segundo esses autores, com a evolução da tecnologia e da crescente necessidade de informações mais detalhadas sobre as áreas florestais, os inventários tornaram-se mais complexos, e passaram a informar muitos detalhes adicionais, não se limitando apenas ao volume de madeira existente na floresta. Exemplo disso são as informações de interesse quando se maneja a floresta para multiprodutos.

Mensurar variáveis de interesse como diâmetro ou altura comercial, que sofrem influência das mudanças de forma nos fustes diretamente no povoamento antes da colheita, torna-se não operacional. A necessidade de tais informações, essenciais para o seccionamento do fuste, requer sua estimativa por modelos de afilamento (LEITE et al., 1995).

O uso de equações de afilamento em inventário e planejamento florestal resulta em informações sobre o número de toras vinculadas às dimensões mínimas de cada produto a ser obtido do povoamento, permitindo um planejamento de produção e logística de transporte e comercialização de madeira (SOARES, 2002).

No Brasil, os trabalhos de Leite et al. (1995) (b), Soares et al. (2003), Arce et al. (2004) e Mendonça et al. (2006) dentre outros, utilizaram técnicas de otimização associadas a modelos de afilamento na quantificação de multiprodutos.

2.4 Formas do fuste

Os estudos sobre o comportamento das formas dos fustes de árvores se tornam a cada dia mais úteis e de extrema importância, pois as diferentes formas, além de afetarem o volume total, influenciam na qualidade e quantidade dos multiprodutos extraídos das árvores (FERREIRA, 1999).

As variações na forma do fuste devem-se à diminuição sucessiva dos diâmetros da base ao topo. Essa redução do diâmetro é conhecida como “forma do fuste ou *taper*”, e é a razão fundamental para a variação do volume da árvore em função da espécie, diâmetro, idade, manejo e sítio (FINGER, 1992).

Segundo Assmann (1970), os fustes, tanto das coníferas como das folhosas, até a base da copa podem assumir as seguintes características:

a) A base do fuste é convexa ao eixo longitudinal, com um ponto de inflexão variável em função da espécie, a qual se assemelha a um sólido geométrico do tipo neilóide;

b) A partir desse ponto de inflexão até a base da copa, compreendendo a seção do fuste, o perfil externo apresenta-se côncavo ao referido eixo. Em coníferas, essa porção do fuste poderia ser descrita por um parabolóide e a parte terminal até a base da copa por um fuste de cone;

c) A parte terminal das coníferas, que vai da base da copa até o ápice, apresenta perfil levemente côncavo ao eixo da árvore, podendo ser representada por um parabolóide quadrático ou cone.

Do mesmo modo, Machado e Figueiredo Filho (2003) afirmaram que as árvores podem assumir as mais diferentes formas, desde aquelas perfeitamente assimiláveis a uma figura geométrica, caso das coníferas, até aquelas com formas totalmente irregulares, não comparáveis a quaisquer tipos geométricos, como é o caso de árvores tortuosas típicas do cerrado. Evidentemente, à medida que a forma do fuste afasta-se de uma característica regular, mais difícil resulta a aplicação dos conhecimentos matemáticos para determinar com rigor os volumes.

Segundo Husch et al. (1993), normalmente os fustes de árvores se assemelham a sólidos geométricos do tipo neilóide, parabolóide ou cones. Contudo, ao considerar o fuste da árvore como um todo, raramente eles apresentam algumas dessas formas geométricas em seu todo. Dessa maneira, esses autores consideraram que o fuste no sentido base topo é constituído por uma seqüência de diferentes sólidos geométricos: cilindro, fuste de neilóide, fuste de parabolóide e cone.

Os pontos de transição ou limites desses sólidos são de difícil determinação nos fustes, por isso, de pouca importância prática. No entanto, desempenham um grande valor teórico na definição de expressões matemáticas que descrevem a forma do fuste (FIGUEIREDO FILHO et al., 1996).

2.5 Métodos de expressão da forma dos fustes

Segundo Scolforo et al. (1998), dentre as alternativas para quantificar e expressar a forma do fuste de árvores, podem ser considerados: o fator de forma, o quociente de forma, os modelos de afilamento ou *taper*, as funções spline etc.

2.5.1 Fator de forma

A utilização do fator de forma é um dos métodos amplamente empregados para estimação do volume de árvores individuais, sendo o método mais simples e de fácil aplicação (CONCEIÇÃO, 2004).

Conceitua-se fator de forma, segundo Silva (1979), um fator de redução do volume do cilindro para o volume real da árvore. Este deve ser multiplicado pelo volume do cilindro para, então, se obter o volume real da árvore.

O fator de forma é influenciado pela espécie, sítio, espaçamento, desbaste, idade etc. Além disso, ele varia de acordo com o ponto onde é calculada a área seccional (g). Para estar de acordo com os sólidos geométricos, o diâmetro deveria ser tomado na base da árvore. No entanto, pela praticidade e pela irregularidade da seção causada pelo sistema radicular, é sempre qualificada ao nível do dap (FERREIRA, 1999).

O fator de forma, conforme Prodan et al. (1997), pode ser real ou verdadeiro, e falso ou artificial, dependendo da altura em que for medido o diâmetro do cilindro de referência. Dessa maneira, se o diâmetro do cilindro de referência for medido em altura relativa, o fator de forma será denominado real ou verdadeiro. E, caso seja medido a uma altura absoluta, o fator de forma denominar-se-á falso ou artificial.

Após o diâmetro e a altura, o fator de forma constitui a terceira variável, em ordem de importância, na estimação de volumes. O crescimento em altura é o elemento que mais influencia o fator de forma. Desse modo, sabe-se que duas árvores geometricamente idênticas, porém com alturas diferentes, têm diferentes fatores de forma artificial. Isso ocorre porque, sendo o fator de forma o resultado de uma divisão do volume cúbico pelo volume do cilindro, a variável altura, embora aplicada no cálculo dos dois volumes, não acarreta uma variação proporcional no volume da árvore quando se toma para comparação o cilindro ideal (FINGER, 1992).

2.5.1.1 Fator de forma artificial ($f_{1,3h}$)

Este fator de forma é também denominado de falso ou artificial, porque possui a propriedade em que dois fustes com mesma forma geométrica, mas com diferentes alturas, não têm o mesmo fator de forma artificial. Este efeito é causado pela influência das suas bases, que em árvores velhas e grandes excede a região

do diâmetro à altura do peito, o que ocorre principalmente com espécies tropicais (FERREIRA, 1999).

Genericamente, este fator pode ser obtido pela razão entre o volume rigoroso da árvore (total ou parcial), tomado em relação ao volume de um cilindro, cuja altura e diâmetro (medido a 1,30 m da base da árvore) sejam iguais aos da árvore considerada.

$$f_{1,3h} = \frac{\text{Volume rigoroso}}{\text{Volume do cilindro com diâmetro a } d_{1,3}}; (1)$$

Onde: volume rigoroso = volume do fuste cubado; volume do cilindro = $g \cdot h$ (g = área basal; h = altura total).

Estudando a variação da forma do fuste de clones de eucaliptos, Campos et al. (1993) concluíram, a respeito do fator de forma absoluto com casca e sem casca, que esta pode ser uma boa alternativa para calcular o volume de parcelas experimentais em substituição ao “volume cilíndrico” ou tabelas de volume, desde que sejam identificados corretamente o clone, as classes de diâmetro da árvore e o fator de forma correspondente.

Souza e Jesus (1991) estudaram a eficiência do fator de forma e equações de volume, na estimativa de volume do fuste de *Cariniana legalis* (Mart.) O. Ktze, *Cordia trichotoma* Vell, *Bowidichia virgilioides* HBK. e *Joanesia principes* Vell, ocorrentes na reserva florestal da Cia. Vale do Rio Doce, em Linhares, Estado do Espírito Santo, e concluíram que as estimativas volumétricas propiciadas pelos dois métodos não diferiram estatisticamente ao nível de 0,05 de chance de acerto ($p \leq 0,05$). Com relação ao fator de forma por espécie, concluíram que ele difere de espécie para espécie. As espécies *Cordia trichotoma* Vell e *Cariniana legalis* (Mart.) Kuntze, possuem fatores de forma iguais, sendo eles, entretanto, diferentes para as espécies *Bowidichia virgilioides* HBK. e *Joanesia principes* Vell, que são iguais entre si.

2.5.1.2 Fator de forma natural ($f_{0,1h}$)

De acordo com Campos et al. (1993), o fator de forma absoluto ($f_{1,3h}$) foi superado com o fator de forma de Hohenadl ($f_{0,1}$), que, todavia, requer medições de diâmetros ao longo do fuste em alturas relativas, o que dificulta o seu emprego. Este fator de forma foi conceituado e introduzido por Hohenadl em 1924.

O fator de forma natural é definido como a razão entre o volume rigoroso da árvore e o volume de um cilindro com diâmetro e altura igual ao da árvore, sendo o diâmetro tomado a 1/10 da altura total, isto é $d_{0,1h}$.

$$f_{0,1h} = \frac{\text{Volume rigoroso}}{\text{Volume do cilindro com diâmetro a } d_{0,1h}}; \quad (2)$$

Onde: $d_{0,1h}$ = diâmetro de Hohenadl tendo como referência a base da árvore.

Duas árvores com idêntica forma geométrica e diferentes alturas possuem diferentes fatores de forma artificial, porém o mesmo fator de forma natural.

Em estudo do comportamento do fator de forma em plantações de *Pinus taeda* L., no Estado do Paraná, Machado et al. (1991) verificaram que existe uma tendência do fator de forma natural crescer com o aumento das alturas dentro das classes de dap, enquanto que o fator de forma artificial tende a decrescer. Os autores concluíram que o fator de forma artificial induz a um fator irreal de correção do volume cilíndrico para o volume da árvore, notadamente para árvores jovens e baixas. Já o fator de forma natural traduz com maior facilidade a real forma da árvore, independente de suas dimensões e sua idade.

2.5.2 Quociente de forma

O quociente de forma é definido como a razão entre dois diâmetros, enquanto fator de forma é a razão entre dois volumes. A aplicação do quociente de forma é a mesma dada ao fator de forma, ou seja, serve de fator de redução para o volume do cilindro. Entretanto, a estimativa do volume assim calculado não tem a mesma precisão que a obtida com fator de forma. Outra aplicação está no estudo da forma de árvores e em modelos estatísticos como variável independente (FINGER, 1992).

Segundo Schneider et al. (1996), foi Schuberg que, em 1881, introduziu o conceito de quociente de forma como a relação entre dois diâmetros tomados, respectivamente, à metade da altura da árvore e a 1,30 m do solo ($K = d_{0,5h} / d_{1,3}$), desenvolvendo-se a partir daí uma série de pesquisas sobre forma de fuste para definição de sortimentos de madeira.

Vários são os estudos relacionados ao quociente de forma, todos buscando a melhor maneira de expressar a forma dos fustes a partir da razão entre dois

diâmetros. Com isso, além do quociente de forma mais tradicional proposto por Schuberg, existem outros.

2.5.2.1 Quociente de forma de Johnson (k_J)

De acordo com Ferreira (1999), o quociente de forma obtido pela razão do diâmetro na metade do fuste e o dap acarreta inconvenientes para árvores de pequenas alturas. Por exemplo, árvores com 2,6 m de altura, neste caso, apresentam $k = 1$, e árvores com alturas inferiores a 2,6 apresentam $k > 1$.

Com isso, no intuito de eliminar tal inconveniente, o referido autor desenvolveu um quociente de forma, no qual a razão entre os diâmetros é obtida pela divisão do diâmetro na posição equivalente à metade da altura da árvore mais 1,3 m e o dap, conforme apresentado abaixo:

$$k_J = \frac{(d_{0,5} + 1,3)}{dap}; \quad (3)$$

2.5.2.2 Quociente de forma de Girard (k_G)

Outra expressão de quociente de forma é a apresentada por Girard, que a desenvolveu em 1933, e que, segundo Silva e Paula Neto (1979), pode ser usada como variável independente nas equações de volume.

O quociente é expresso pela razão entre o diâmetro sem casca no topo da primeira tora (16 pés mais uma sobre medida de 1,3 pés, ou seja, a 5,27 m quando a tora padrão for 4,87 m) e o dap com casca. Este conceito pode ser aplicado para outros comprimentos de tora e serve para a formação de classes de forma:

$$k_G = d_{5,27h} / d; \quad (4)$$

Onde: k_g = quociente de forma de Girard; $d_{5,27}$ = diâmetro sem casca tomado na extremidade da tora; d = dap com casca (FINGER, 1992).

O quociente de forma de Girard foi desenvolvido para ser usado como variável independente na confecção de tabelas de volume. O emprego prático desse quociente de forma implica sua expressão percentual, conhecida como a classe de forma de Girard. A origem desse quociente se deve ao comprimento da primeira tora de árvores abatidas no Oeste dos EUA com comprimento padrão, o que facilitava a

medição de diâmetros a essa posição após o abate e traçamento de toras (FERREIRA, 1999).

2.5.2.3 Quociente de forma de Hohenadl (k_H)

Os quocientes de Johnson e Girard são denominados de quocientes de forma artificiais. Os quocientes de forma denominados de verdadeiros ou naturais foram apresentados por Hohenald, em 1936, sendo definidos como as razões entre diâmetros mensurados a 10%, 30%, 50%, 70% e 90% da altura total e o diâmetro de Hohenald, medido a 10% da altura total.

Esses quocientes são expressos pela relação:

$$K_H = \frac{d_{0,ih}}{d_{0,1h}}; \quad (5)$$

Onde: K_H = quociente de Hohenald; $d_{0,ih}$ = diâmetros medidos a 10%, 30%, 50%, 70% e 90%; $d_{0,1h}$ = diâmetro medido a 10% da altura da árvore.

De acordo com Finger (1992), o quociente de forma natural ou de Hohenald também pode ser usado na determinação do fator de forma natural, como segue:

$$f_{0,1h} = 0,2 \cdot (1 + n_{0,3h}^2 + n_{0,5h}^2 + n_{0,7h}^2 + n_{0,9h}^2); \quad (6)$$

$$\text{Onde: } \eta_{0,3h} = \frac{d_{0,3h}}{d_{0,1h}}; \quad \eta_{0,5h} = \frac{d_{0,5h}}{d_{0,1h}}; \quad \eta_{0,7h} = \frac{d_{0,7h}}{d_{0,1h}} \text{ e } \eta_{0,9h} = \frac{d_{0,9h}}{d_{0,1h}}; \quad (7)$$

$n_{0,i}^2$ = quociente de forma natural.

Tais quocientes apresentam a grande vantagem de serem comparáveis mesmo entre árvores de diferentes dimensões. A desvantagem prática é a necessidade de se conhecer previamente a altura total das árvores, assim como a medição dos diâmetros a diferentes alturas.

2.5.3 Modelos de afilamento

Os modelos de afilamento são relações funcionais que permitem descrever o perfil longitudinal de um fuste. São funções consideradas dinâmicas, porque possibilitam a estimativa do diâmetro (d) de dada altura (h) e altura a qualquer diâmetro especificado, como também servem para fazer o sortimento e estudar a evolução da forma da árvore ao longo de sua vida (KOZAK et al., 1969).

A utilização de modelos de afilamento é uma consequência natural do desenvolvimento do setor florestal no Brasil, em que o aperfeiçoamento das técnicas de inventário e a necessidade de flexibilização da informação dos estoques de madeira despertaram maior interesse no aprimoramento das informações de inventário (RIOS,1997).

Para Demaerschalk e Kozak (1977), modelos para descrição do perfil de fustes, embora de grande aplicabilidade, seriam mais bem utilizados com os avanços computacionais, que eram incipientes naquela época. Dessa forma, embora as bases teóricas das funções de afilamento sejam bastante antigas, sua aplicabilidade é recente, uma vez que os maiores impulsos no sentido de torná-las usuais no dia-a-dia só aconteceram a partir dos avanços da informática.

Segundo Lima (1986), vários são os modelos de afilamento utilizados na atualidade. O melhor ou o pior desempenho desses modelos está na dependência das características da população para a qual se pretende empregá-los e das pressuposições básicas para as quais foi desenvolvido o modelo. Esse fato justifica a sua constante avaliação para o uso em condições específicas. Dentre os vários tipos de modelos existentes, destacam-se os seguintes:

- **Modelos Polinomiais:** são empregadas técnicas de regressão no ajuste dos modelos, em que normalmente a variável dependente é dada pela razão entre os diâmetros superiores e o diâmetro medido a 1,30 m do solo (d/d_{ap}) ou, algumas vezes, a variável dependente é expressa pelo quadrado da razão destes diâmetros $(d_i/d_{ap})^2$. As variáveis independentes são expressas por razões de alturas comerciais e totais (h_i/h), principalmente. Segundo Rios (1997), a dificuldade desses modelos em explicar as alterações na base da árvore levou à implementação de modelos polinomiais, com destaque, nesse caso, para o modelo de Kozak (KOZAK et al., 1969).
- **Modelos Sigmoidais:** são fundamentados no fato das funções permitirem pontos de inflexão, bem como apresentarem característica de grande flexibilidade no ajuste dos dados observados de diferentes relações biológicas. Essas equações normalmente são derivadas da função Chapman-Richards, e foram apresentadas por (BIGING, 1984).

Rios (1997) acrescenta que os modelos sigmoidais utilizam transformações de variáveis de modo que o modelo se assemelhe à forma

natural dos fustes. Trata-se de expressões que geram um perfil semelhante a uma curva sigmóide.

- **Modelos Compatíveis:** são assim chamados em razão da compatibilidade nas estimativas entre equações de *taper* e equações de volume. A compatibilidade é verificada integrando-se as áreas seccionais ao longo do fuste, produzindo estimativas semelhantes àquelas obtidas pela equação de volume, da qual a equação de *taper* foi derivada. Um procedimento compatível com as equações de volume de Shumacher e Hall (1933) foi desenvolvido por Demaerschalk (1972).

Além desses, Guimarães e Leite (1992) e Ângelo et al. (1997), mencionaram aqueles modelos definidos por análise multivariada, que se baseiam na análise de componentes principais para investigar as variações na estrutura dos dados, e definem, assim, o modelo de regressão a ser utilizado para descrever o perfil das árvores, citando Fries e Matern (1965) como pioneiros neste estudo.

Estes modelos podem ser lineares ou não lineares. Segundo Schneider et al. (2009), nos modelos lineares, os parâmetros encontram-se na forma aditiva, elevados à expoente unitário. Já nos modelos não lineares, os parâmetros apresentam-se na forma multiplicativa, seus parâmetros podem estar elevados a valores diferentes de um.

Além disso, os modelos podem ser segmentados e não segmentados. Os modelos não segmentados constituem-se de um único modelo explicando toda extensão dos fustes. Os modelos segmentados constituem-se no uso de sub-modelos justapostos, cada um representando uma porção do fuste. A união dos sub-modelos se dá por meio da imposição de restrições ao modelo geral ajustados para seções inferiores, médias e superiores do fuste (SOUZA, 2007).

2.5.3.1 Modelos não segmentados

Segundo Demaerschalk e Kozak (1977), dentre as diversas técnicas estatísticas de modelagem, destacam-se os modelos não segmentados, que conseguem aliar eficiência à certa simplicidade de aplicação, quando comparados aos modelos segmentados

Esses modelos, que são frequentemente utilizados no meio florestal, caracterizam-se por um ajuste de regressão que relaciona vários diâmetros tomados

ao longo do fuste e respectivas alturas com dap (diâmetro à altura do peito) e altura total das árvores. Embora sejam largamente empregados, vários autores afirmam que esses modelos não explicam com propriedade as deformações na base do fuste das árvores (SOUZA, 2007).

Estudando o desempenho de funções de afilamento para estimar diâmetros ao longo do fuste de espécies nativas, Chichorro et al. (2000), optaram pelo modelo de Demaerschalk (1972), pois, de acordo com as estatísticas consideradas, ele foi superior aos demais.

Borges (1982) utilizou o polinômio do quinto grau, que é um modelo não segmentado, para estimar o volume de toras de madeira serrada de *Pinus taeda*, com base em funções de *taper*. Neste trabalho, o autor agrupou os dados em classes de fator de forma natural, ajustando uma função para cada classe em vez de definir uma única função de forma. O objetivo de tal procedimento foi aumentar a precisão das estimativas do diâmetro ao longo do fuste e do cálculo do volume individual por integração.

Embora o Polinômio do Quinto Grau forneça resultados suficientemente acurados para a maioria dos usos de equações de forma, ele exhibe claras tendências. Parte das deformações da base são explicadas, mas os diâmetros são geralmente subestimados até cerca de 20% da altura total e superestimados acima de 80% da altura total (GORDON, 1983). O autor, trabalhando com *Larix decídua* e *Pinus radiata*, mostrou que, sem alterar a compatibilidade do Polinômio do Quinto Grau, é possível melhorar o modelo através da inclusão de potências mais altas utilizando potências que variaram de 6 a 40.

Hradetzky (1976) foi o primeiro a identificar que uma boa representação do fuste através de polinômios exige uma combinação apropriada de potências, sendo necessário, para sua determinação, que elas sejam submetidas ao processo de seleção “passo a passo” (*stepwise*), sendo que essas potências variam de 0,005 a 25.

Lima (1986) avaliou a eficiência dos modelos propostos por Biging (1984), Demaerschalk (1973), Kozak et al. (1969) e Ormerod (1973) em árvores de *Pinus elliotii*, quanto à estimativa de volumes totais e comerciais e de diâmetros e alturas comerciais. O autor concluiu que o modelo mais preciso na estimativa do volume comercial foi o de Kozak et al. (1969), e o menos preciso o de Ormerod (1973). O modelo de Demaerschalk (1973) mostrou-se satisfatório para estimar todas as

variáveis, exceto o volume total, que teve o modelo de Biging (1984) como mais adequado.

Schneider et al. (1996) testaram seis modelos de afilamento de fuste para sortimentos de *Eucalyptus grandis*. A equação que apresentou maior coeficiente de determinação (0,9857) e o menor erro padrão da estimativa ($Syx = 0,0320$ ou $Syx \% = 5,14$) foi a equação expressa pelo polinômio de 5º grau, sendo este também o modelo que permitiu estimar o volume dos sortimentos com um menor erro residual, determinado pela diferença absoluta entre o volume real e o volume estimado pela função. O procedimento adotado para a formação dos sortimentos das classes previamente definidas permitiu obter estimativas do número de toras e seus volumes relativos com boa precisão.

Testando o desempenho de modelos polinomiais, de razões de volume e de funções *spline* cúbica na estimativa de volumes comerciais, Rios (1997) verificou que os modelos polinomiais proporcionaram estimativas mais acuradas na descrição dos perfis das árvores, em que o Polinômio de Quinto Grau foi superior ao Polinômio de Potências Fracionárias. Em segundo lugar, ficaram as razões de volume e, em terceiro, as funções *spline*. O autor ainda sugere que as equações de afilamento sejam ajustadas por classe diamétrica para se obterem estimativas mais acuradas.

Avaliando a acurácia de modelos que melhor descrevem o perfil arbóreo observando as diferentes classes diamétricas e diferentes espécies do gênero *Eucalyptus*, Assis (1998) concluiu que a equação de afilamento de potências fracionárias teve melhores resultados na estimativa dos diâmetros ao longo do fuste, tanto para um ajuste por classe diamétrica quanto para um ajuste de um conjunto de árvores cubadas no estrato. A autora ainda denota que a equação de Amateis e Burkhart (1987) e o Polinômio de Quinto Grau podem ser utilizadas com segurança para estimar o diâmetro ao longo do fuste, embora com inferior precisão em relação ao Polinômio de Potência Fracionária. A pesquisadora concluiu ainda que a equação de afilamento de Clutter (1972) não foi recomendada para estimar diâmetro ao longo do fuste de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla* na região do município de Luiz Antônio, em São Paulo.

Mendonça (2006), testando modelos não segmentados com dados de *Eucalyptus* plantados no sul da Bahia, concluiu que os modelos apresentaram tendências nas estimativas das variáveis analisadas, sendo que o modelo de

Ormerod (1973) foi o mais preciso para estimar o volume comercial, e o modelo de Schoepfer (1966) para estimar a altura comercial.

Souza (2008), analisando o desempenho de seis modelos não segmentados (lineares e não lineares) com dados de *Eucalyptus* sp. conduzidos para produção de madeira para serraria, concluiu que o modelo de Biging proporcionou maior acurácia nas estimativas da altura e volume comerciais, seguido pelo modelo de Garay (1979). No mesmo trabalho, o autor comparou o desempenho de modelos não segmentados com os segmentados e ressaltou que, além de mais simples, os melhores resultados foram obtidos com os modelos não segmentados.

2.5.3.2 Modelos segmentados

A idéia de modelos segmentados para estudo do afilamento de árvores não é nova. No Brasil, pode-se citar os trabalhos de Figueiredo-Filho et al., (1996), Rios, (1997), Ferreira, (1999), Figueiredo-Filho et al., (1999), Assis, (2000), Fischer et al. (2001) e Souza (2008).

Várias literaturas enfatizam que os fustes das árvores são compostos de duas ou três formas diferentes, com a base se aproximando a um neilóide, a porção central a um parabolóide, e o topo similar a um parabolóide ou a um cone. Segundo Demaerschalk e Kozak (1977), é necessário o uso de diferentes modelos para estudo de *taper*, um para a parte inferior e outro para a superior das árvores, a fim de se obter maior precisão nas estimativas, sendo que o número de equações a serem usadas depende da forma do perfil das árvores.

Outro procedimento para estudo do afilamento de árvores aplicando modelos segmentados foi sugerido por Max e Bukhart (1976), com a descrição do perfil feita por três submodelos, que foram unidos em dois pontos, por imposição de restrições ao modelo. Os submodelos foram ajustados para as seções inferior, média e superior do fuste. Esse modelo foi denominado de quadrático-quadrático-quadrático, sendo um para cada seção.

Em um de seus trabalhos, Figueiredo Filho et al. (1996) utilizaram três modelos segmentados e dois não segmentados para estimar diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda* L. e destacaram o modelo segmentado desenvolvido por Demaerschalk e Kozak (1977), e o de Parresol et al. (1987).

Segundo Angelo et al. (1997), a técnica de regressão segmentada surgiu da dificuldade de se encontrar uma única função estatística capaz de descrever todo perfil do fuste, uma vez que cada parte deste assemelha-se a uma diferente forma geométrica. Assim, utilizando-se a técnica de regressão segmentada, a curva de cada segmento é gerada pelo método dos mínimos quadrados ordinários e os pontos de união de cada segmento são necessariamente harmonizados.

De acordo com Rios (1997), caracterizar o perfil por vários polinômios poderá ser uma medida de risco, pois para cada ponto de ligação deverá haver uma equação com alto grau de precisão, sendo recomendado um estudo prévio da relação entre os diâmetros nas diferentes posições relativas ao longo do fuste, e a variável dap para as árvores em estudo. Dessa forma, estimativas ruins naturalmente implicariam curvas distorcidas, ocasionando erros até maiores que os intrínsecos da metodologia.

Ferreira (1999) comparou a acurácia de oito modelos de afilamento, entre razões de volume e modelos polinomiais segmentados e não segmentados para estimar o diâmetro ao longo do fuste de *Eucalyptus cloeziana*. O modelo mais acurado foi o segmentado de Clark et al. (1991), seguido pelo modelo segmentado de Max & Bukhart (1976) e do Polinômio de Potências Inteiras e Fracionárias proposto por Hradetzky (1976).

Thiersch (1999) avaliou a acurácia de três modelos polinomiais segmentados e dois modelos não segmentados para representar os perfis dos fustes de clones de *Eucalyptus grandis*, considerando dados obtidos da cubagem rigorosa de árvores abatidas e da cubagem de árvores em pé conduzida com o penta-prisma de Wheeler. Os resultados mostraram como modelos mais acurados o de Clark et al. (1991) e o polinômio de potências fracionárias para, respectivamente a cubagem rigorosa tradicional (abate das árvores) e o penta-prisma. Em segundo lugar, ficaram o modelo de Max e Bukhart (1976) e o Polinômio de Quinto Grau e, em último lugar, o modelo segmentado de Parresol et al. (1987).

Comparando três modelos polinomiais segmentados e quatro não segmentados na estimativa do diâmetro e volume para árvores da espécie *Pinus taeda*, Assis et al. (2001) concluíram que a representação acurada dos perfis dos fustes dessa espécie requer ajustes por classe diamétrica, para os modelos segmentados de Clark et al., (1991) e Max e Bukhart (1976) e o não segmentado de Hradetzky (1976).

Na estimativa da altura e volumes comerciais, Souza (2008) afirmou que o modelo de Max & Burkhart (1976) foi o que apresentou o melhor resultado, seguido do modelo proposto por Demaerschalk e Kozak (1977), sendo que o modelo de Parresol et al.(1977) proporcionou resultados com forte tendência de subestimativa.

3. BIBLIOGRAFIA

ACERBI JÚNIOR, J. W. et al. Manejo para a produção de múltiplos produtos de madeira de Eucalipto. In: OLIVEIRA, J.T.S.; FIEDLER, N. C.; NOGUEIRA, M. **Tecnologias Aplicadas ao setor madeireiro III**. Vitória, Aquarius, 2008. cap. 7, p. 163-189.

AMATEIS, R. L.; BURKHART, H. E. Cubic-foot volume equations for loblolly pine trees in cutover site-prepared plantations. **Southern Journal of Applied Forestry**, Washington, v. 11, n. 4, p. 190-192, nov. 1987.

AMBIENTE BRASIL. **Florestal**. Disponível em: <<http://www.ambientebrasil.com.br>>. Acesso em: 8 nov. 2006.

ANGELO, H. et al. Análise de componentes principais e função spline para definir a forma do fuste de *Pinus tropicais*. **Floresta**, Curitiba, v. 25, n. 1/2, p. 55-67, 1997.

ARCE, J. E. et al. Geração de padrões ótimos de corte através de algoritmos de traçamento aplicados a fustes individuais. **Revista Árvore**, v. 28, n. 2, p. 207-217, 2004.

ASSIS, A. L. de. **Acurácia nas estimativas de volumes comerciais de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla***. 1998. 183 f. Monografia (Graduação em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras.

ASSIS, A. L. **Avaliação de modelos polinomiais segmentados e não segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda***. 2000. 198 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras.

ASSIS, A. L. et al. Comparação de modelos polinomiais segmentados e não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*. **Revista Cerne**. v. 7, n. 1, p. 20-40, 2001.

ASSMANN, E. **The Principles of Forest Yield Study**. New York: Pergamon Press, 1970 506p.

BALLARIN, A. W.; JÚNIOR, C. C. Estado da arte das construções em madeira no Brasil. In: OLIVEIRA, J. T. S.; FIEDLER, N. C.; NOGUEIRA, M. **Tecnologias aplicadas ao setor madeireiro III**. Vitória, Aquarius, 2008. cap. 7, p. 163-189.

BIGING, G. S. Taper equations for second mixed-conifers of Northean California. **Forest Science**, v. 30, n. 4, p. 1103-1117, 1984.

BORGES, J. F. Seccionamento do fuste de *Pinus taeda* L. para obtenção do volume de madeira serrada através da função de forma polinomial. **Floresta**, Curitiba, v. 13, n. 1, p. 24-25, 1982.

CAMPOS, J. C. C. et al. Variação da forma do fuste de clones de Eucalyptus. In: CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 7., CONGRESSO FLORESTAL

PANAMERICANO, 1., 1993, Curitiba, **Anais...Curitiba**: SBS/SBEF,1993. v. 2, p. 559-565.

CLARK, A. et al. **Stem profile equations for Southern tree species**. USDA – Southeastern Forest Experiment Station, 1991. 113p. (Research Paper, SE 282).

CONCEIÇÃO, M. B. **Comparação de métodos de estimativa de volume em diferentes idades em plantações de *Eucalyptus grandis* Hill Ex – Maiden**. 2004. 166 f. Dissertação (Mestre em Ciências Florestais). Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

CHICHORRO, J. F. et al. Equações de volume e de *taper* para quantificar multiprodutos da madeira em floresta atlântica. **Revista Árvore**, v. 27, n. 6, p. 799-809, 2000.

CLUTTER, J. L. Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. **Forest Science**, Washington, v. 18, n. 3, p. 241-245, 1972.

DEMAERSCHALK, J. P. Converting volume equations to compatible taper equations. **Forest Science**, v. 18, n. 3, p. 241-245, 1972.

DEMAERSCHALK, J. P. An integrated system for the estimation of tree taper and volume. **Canadian Journal for Research**, vol. 3, n. 1, p. 90-94, 1973.

DEMAERSCHALK, J. P.; KOZAK, A. The whole-bole system: a conditional dual equation system for precise prediction of tree profiles. **Canadian Journal for Research**, v. 7, p. 488-497, 1977.

EMBRAPA. **Documentos: Zoneamento ecológico para plantios florestais no estado de Santa Catarina, por Antonio Aparecido Carpanezi e outros**. Curitiba: EMBRAPA – CNPF, n. 21, 1988, 113 p.

FERREIRA, S. O. **Estudo da forma do fuste de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus cloeziana***. 1999. 112 f. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras.

FIGUEIREDO FILHO, A. et al. Taper equations for *Pinus taeda* in Southern Brasil. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 83, p. 39-46, 1996.

FIGUEIREDO FILHO, A.; SCHAAF, L. B. Comparison between predicted volumes estimated by taper equations and true volumes obtained by the water displacement technique (xylometer). **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 29, p. 451-461, 1999.

FISCHER, F. et al. Exatidão dos modelos polinomiais não-segmentados e das razões entre volumes para representar o perfil do fuste de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**. v. 11, n. 1, p. 167-188, 2001.

FINGER, C. A. G. **Fundamentos de biometria florestal**. Santa Maria. UFSM. CEPEF-FATEC. 269. p. 1992.

FRIES, J.; MATERN, B. On the use of multivariate methods for the construction of tree taper curves. In: IUFRO ADVISORY GROUP OF FOREST STATISTICIANS. **Proceedings of Conference in Stockholm**. Stockholm, 1965. p. 85-117.

GARAY, L. **Tropical forest utilization system**. VIII. A taper model for entire stem profile including buttressing. Seattle. Coll. Forest. Resour., Inst. Forest Prod. Univ. Wash., 1979. 64p.

GORDON, A. Comparison of compatible polynomial taper equations. **New Zealand Journal of Forestry Science**, Rotorua, v. 13, n. 2, p. 146-155, 1983.

GUIMARÃES, D. P.; LEITE, H. G. Um novo modelo para descrever o perfil do fuste. **Revista Árvore**, v. 16, n. 2, p. 170-180, 1992.

HRADETZKY, J. **Analyse und interpretation statistischer abränger keiten. (Biometrische Beiträge zu aktuellen forschungs projekten)**. Baden: Württemberg Mitteilungen der FVA, 1976. 146p. (Abt. Biometric und Informatik, 21).

HUSCH, B. et al. **Forest Mensuration**. New York: J. Wiley, 1982. 402 p.

HUSCH, B. et al. **Forest mensuration**. 3. ed. Malabar: Krieger Publishing Company, 1993. 402p.

KOZAK, A. et al. Taper functions and their application in Forest inventory. **Forestry Chronicle**, v. 45, n. 4, p. 278-283, 1969.

LEITE, H. G. et al. Emprego de um modelo de programação dinâmica para conversão de fustes em multiprodutos da madeira. **Revista Árvore**, v. 19, n. 4, p. 447-465, 1995.

LEITE, H. G. et al. Descrição e emprego de um modelo para estimar múltiplos volumes de árvores. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 19, n. 1, p. 65-79, 1995b.

LEITE, H. G. et al. Função de afilamento para *Virola surinamensis* (Roll.) Warb. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 30, n. 1, p. 99-106, 2006.

LIMA, F. **Análise de funções de "taper" destinadas à avaliação de multiprodutos de árvores de *Pinus elliottii***. 1986. 96 f. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa.

MACHADO, S. A. et al. Contribuição ao estudo do comportamento do fator de forma em plantações de *Pinus taeda* no estado do Paraná. CONGRESSO FLORESTAL E DO MEIO AMBIENTE DO PARANÁ, 3., **Anais...**, Curitiba, Associação paranaense de Engenheiros Florestais, 1991. 376 p. 125-40.

MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Dendrometria**. Curitiba. 2003. 309 p

MAX, T. A.; BURKHART, H. E. Segmented polynomial regression applied to taper equations. **Forest Science**, Washington, v. 22, n. 3, p. 283-289, 1976.

MARCHIORI, J. N. C. **Dendrologia das Gimnospermas**. Santa Maria: ed. UFSM, 1996. 158 p.

MENDONÇA, A. R. **Avaliação de uma metodologia para otimização do volume de toras comerciais de *Eucalyptus* sp. em função da qualidade do fuste**. 2006. 90 f. Dissertação (Mestrado em Produção Vegetal) – Universidade Federal do Espírito Santo, Alegre.

MENDONÇA, A. R. et al. Avaliação de funções de afilamento visando à otimização de fustes de *Eucalyptus* sp. para multiprodutos. **Revista Cerne**, Lavras, v. 13, n. 1, p. 71-82, 2007.

OLIVEIRA, F. L. et al. Propriedades da madeira de *pinus taeda* L. em função da idade e da posição radial na tora. **Rev. Inst. Florestal**, São Paulo, v. 18, n. único, p. 59-70, 2006.

ORMEROD, D. W. A simple bole model. **The Forestry Chronicle**, v. 49, n. 3, p. 136-138, 1973.

PARRESOL, B. R. et al. Volume and taper prediction system for bald cypress. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 17, n. 3, p. 250-259, 1987.

PÉLLICO NETTO, S.; BRENA, D. A. **Inventário Florestal**. 1. ed. CURITIBA: Os Autores, 1997. v. 1. 316 p.

PIRES, L. M.; CALEGARIO, N. Ajuste de modelos estocásticos lineares e não-lineares para a descrição do perfil longitudinal de árvores. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v. 31, n. 5, p. 845-852, 2007.

PRODAN, M. et al. **Mensura forestal**. San José, Costa Rica : IICA, 1997. 586p.

REZENDE, J. L. P. et al. Madeira e derivados: oportunidades do Brasil no mercado internacional. In: **Tecnologia aplicadas ao setor madeireiro III**, Jerônimo Monteiro, 2008. Livro. Jerônimo Monteiro – Espírito Santo.

RIOS, M. S. **A eficiência das funções polinomiais, da função spline cúbica, e razões de volume para representar o perfil da árvore e estimar os sortimentos de *Pinus elliottii***. 1997. 116 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal). Universidade Federal de Lavras, Lavras.

SBS. **Fatos e números do Brasil florestal**. São Paulo, 2006. 106p.

SCHNEIDER, P. R. et al. Forma de fuste e sortimentos de madeira de *Eucalyptus grandis* maiden para o estado do Rio Grande do Sul. **Ciência Florestal**, v.6, n.1, 1996.

SCHNEIDER, P. R. et al. **Análise de regressão aplicada à engenharia florestal**, FACOS-UFSM, Santa Maria, 2009, 294 p.

SCHOEPFER, W. **Automatisierung des Masse, Sorten und Wertberechnung stender Waldbestände Schriftenreihe Bad. [S.I.]**: Wurt-Forstl., 1966. n.p. SILVA, J.A. **Biometria e estatística florestal**. Santa Maria: UFSM, 1977. 235 p.

SCHUMACHER, F. X.; HALL, F. S. Logarithmic expression of timber – tree volume. **Journal of Agriculture Research**, v. 47, n. 9, p. 719 – 734, 1933.

SCOLFORO, J. R. S. et al. Acuracidade de equações de afilamento para representar o perfil de *Pinus elliottii*. **Revista Cerne**, Lavras. v. 4, n.1, p. 100-122, 1998.

SHIMIZU, J. Y. **Cultivo do Pinus**. Disponível em: <http://sistemasdeproducao.cnptia.embrapa.br/FontesHTML/Pinus/CultivodoPinus/03_2_pinus_taeda.htm>. Acesso em: 25 out. 2009.

SILVA, J. A.; PAULA NETO, F. **Princípios básicos de dendrometria**. Recife: UFRPE, 1979. 185 p.

SILVA, J. C. . Qualidade da Madeira de Eucalipto para a Produção de Móveis. **Folha Florestal**, v. 97, p. 7, 2000.

SOUZA, A. L.; JESUS, R. M. Equações de volume comercial e fator de forma para espécies da Mata Atlântica ocorrentes na Reserva Florestal da Companhia Vale do Rio Doce, Linhares, ES. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 15, n. 3, p. 257-273. 1991.

SOARES, T. S. **Otimização do uso da madeira em povoamentos de eucalipto**. 2002. 49 f. Tese (Mestrado em Ciência Florestal). Universidade Federal de Viçosa, Viçosa.

SOARES, T. S. et al. Otimização de multiprodutos em povoamentos florestais. **Revista Árvore**, v. 27, n. 6, p. 811-820, 2003.

SOUZA, C. A. M. **Avaliação de modelos de taper não segmentados e segmentados na estimação da altura e volume comercial de fustes de *Eucalyptus* sp.** 2007. 115 f. Dissertação (Mestrado em Produção Vegetal) – Universidade Federal do Espírito Santo, Alegre, 2007.

SOUZA, C. A. M. et al. Modelos de afilamento para o sortimento do fuste de *Pinus taeda* L. **Ciência Rural**, v. 38, n. 9, dez. 2008.

SOUZA, C. A. M. et al. Avaliação de modelos de afilamento segmentados na estimação da altura e volume comercial de fustes de *Eucalyptus* sp. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v. 32, n. 3, p. 453-463, 2008.

SOUZA, C. A. M. et al. Avaliação de modelos de afilamento não-segmentados na estimação da altura e volume comercial de *Eucalyptus* sp. **Ciência Florestal**, v. 18, n. 3, 2008.

THIERSCH, C. R. **Acuracidade dos modelos polinomiais para representar os perfis dos fustes de clones de *Eucalyptus grandis***. 1999. 35 f. Monografia (Graduação em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras.

CAPÍTULO 1

MODELOS DE AFILAMENTO PARA *Pinus taeda* L. BASEADOS EM PONTOS DE MUDANÇA DE FORMA

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo avaliar um modelo de afilamento segmentado e dois não segmentados, um linear e outro não linear, quanto à estimativa do perfil do fuste de *Pinus taeda* L. Os modelos ajustados e que tiveram seus desempenhos avaliados para cada árvore-amostra foram o segmentado, proposto por Max e Bukhart, e os não segmentados: polinômio do 5º grau (linear) e Garay (não linear). Os dados para o presente trabalho foram medidos em povoamentos, da Klabin S.A., localizados em Telêmaco Borba-PR, e são oriundos de florestas manejadas para serraria, com dois desbastes e corte raso, plantadas em espaçamento de 2,50 x 2,50 m. As árvores amostradas foram agrupadas de acordo com as quantidades de pontos de mudança de forma no fuste (pmf), sendo observadas árvores com 1, 2 e 3 pmf. Com base na análise gráfica dos resíduos, nas estatísticas *viés* (b), média das diferenças (md) e desvio-padrão das diferenças (dpd), verificou-se que mesmo sendo conhecidos os pontos de mudança de forma, que são os pontos de junção do modelo segmentado, os modelos não segmentados foram superiores, sendo classificado o polinômio do 5º grau como o melhor modelo e o de Garay o segundo.

Palavras-chave: multiprodutos, inventário florestal, forma do fuste, modelos não segmentados.

CHAPTER 1

TAPER MODELS FOR *Pinus taeda* L. BASED ON FORM CHANGE POINTS

ABSTRACT

This study aimed at assessing one segmented taper model and two non-segmented taper models, one linear and the other non-linear, in terms of the estimate for stem profile of *Pinus taeda* L. The adjusting models whose performance was assessed for each sample tree were the segmented model by Max and Bukhart and the non-segmented models: 5th degree polynomial (linear) and Garay (non-linear). The trees were grouped by the number of shape change points in stem for trees with 1, 2 and 3 sch. In this study, the data were measured in stands from Klabin S.A. in Telêmaco Borba-PR. The sample trees grew up in stands managed to sawmill, with two thinnings and coppicing. Plantation of 1.600 trees/ha and spacing of 2,50 x 2,50 m. Based on the graphical analysis of the residues, the statistics bias (b), the average of the differences (AD) and the deviation pattern of the differences (DPD) it was found that even if the shape change points are known, they are the joint points of the segmented model, the non-segmented models were superior, the 5th degree polynomial was classified as the best model and the Garay model presented the second best result.

Key words: multiproducts, forest inventory, stem shape, non-segmented models.

1 INTRODUÇÃO

A tendência atual é de que parte das plantações florestais sejam utilizadas segundo o conceito de florestas para multiprodutos. Sendo assim, as receitas de um dado produto, que em determinado momento apresentar menor valor de mercado, poderão ser compensadas pelas receitas de outros produtos, de maior valor no momento de sua comercialização. Com isso, a empresa florestal poderá otimizar e maximizar seus produtos, de forma a obter o máximo rendimento, que será transformado em lucro no final do processo (LEITE, 1994).

Em processos de produção de madeira que se destinam a multiprodutos, os inventários florestais precisam ser mais detalhados, pois a precisão das estimativas de estoque é essencial para a eficiência do planejamento da produção florestal.

As indústrias que utilizam os multiprodutos da floresta, em geral necessitam de dados precisos até um diâmetro comercial pré-definido. A estimativa desse diâmetro é dificultada pela variação da forma do perfil do fuste. Experiências têm demonstrado que cada espécie, em cada estágio de desenvolvimento, possui características de afilamento diferenciadas (LIMA, 1986).

São inúmeros os fatores que influenciam no desenvolvimento de uma árvore, como os elementos do ambiente (luz, temperatura, umidade, vento etc), ou aqueles relacionados à concorrência do povoamento, como a densidade. Neste contexto, algumas pesquisas buscam estudar o efeito do ambiente e de práticas silviculturais sobre a distribuição do incremento anual de madeira ao longo do fuste das árvores. Tal processo fisiológico repercute diretamente na forma delas e, conseqüentemente, no sortimento de produtos madeiráveis oriundos da floresta (ANDRADE et al., 2007).

De acordo com a literatura, por diversos fatores, tais como espaçamento, sítio, competição, genéticos, dentre outros, o fuste de uma árvore possui diferentes figuras geométricas, podendo ter uma, duas, três e até mesmo quatro diferentes figuras ao longo de sua extensão.

Sendo assim, Max e Bukhart (1976) já haviam observado que a utilização de técnicas de regressão segmentada para representar os perfis dos fustes das árvores surgiu da dificuldade de encontrar uma única função matemática capaz de estimar com acurácia os diâmetros ao longo de todo fuste. Segundo Assis (2000), a utilização de duas ou mais funções para representar os perfis das árvores torna os

modelos segmentados mais flexíveis que os demais modelos, embora sejam também mais complexos.

Por outro lado, modelos não segmentados conseguem aliar eficiência a uma certa simplicidade de aplicação, quando comparados aos modelos segmentados. Estes têm sido estudados e algumas vezes apresentam deficiências na representação da base do fuste, o que pode comprometer as estimativas. No entanto, há de se considerar as possibilidades de modificações desses modelos, objetivando suprir tais deficiências.

Em virtude da popularização das tecnologias na área de informática, ocorreu grande impulso na aplicação dessas funções, embora em nenhum estudo tenham sido utilizados os pontos exatos de mudança na forma dos fustes.

Portanto, o presente estudo teve como objetivo avaliar a acurácia de um modelo segmentado e dois não segmentados, um linear e outro não linear, na estimativa dos perfis de árvores contendo 1, 2 e 3 pontos de mudança de forma no fuste.

2 MATERIAL E MÉTODOS

2.1 Localização e descrição da área de coleta dos dados

Os dados para o presente trabalho foram medidos em povoamentos de *Pinus taeda*, localizados na Klabin S.A., em Telêmaco Borba-PR, a 24°08' latitude sul e 50°30' longitude oeste, com altitude de 750 a 868 m.

A empresa, situada no município de Telêmaco Borba, distante 250 km da capital do Estado do Paraná, detém uma área total de 229.356,35 ha e 120.150,46 ha de plantios.

Na Figura 1, pode-se visualizar a dispersão da área de abrangência dos reflorestamentos da empresa.

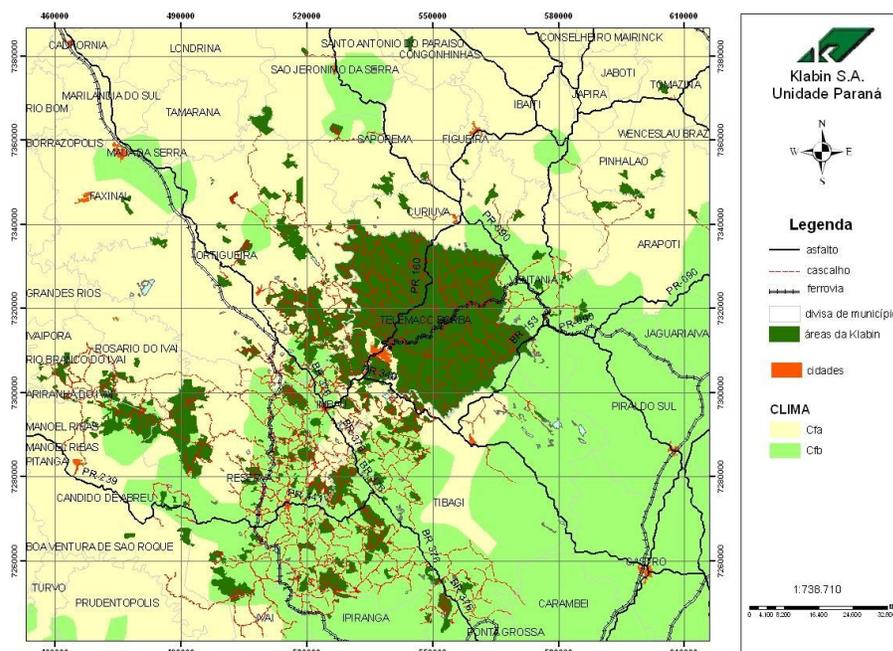


FIGURA 1 – Localização da área de estudo.

Segundo classificação de Köppen, o clima local é Cfa – Sub tropical, apresentando temperatura média no mês mais frio: 15,6°C, temperatura média no mês mais quente: 22,3°C, e temperatura mínima registrada: -5,2°C. A média anual de precipitação é de 1.508,8 mm (últimos 54 anos).

Os solos predominantes da região são Latossolo e Cambissolo, com textura argilosa e média. O material de origem é predominantemente relacionado ao intemperismo e retrabalhamento de litologias referentes às formações Rio Bonito, Itararé e Diques de Diabásio (EMBRAPA, 2006).

2.2 Características do povoamento

As árvores amostradas neste estudo cresceram em povoamento manejado para serraria, com dois desbastes e corte raso aos 30 anos. O plantio é de 1.600 árvores/ha, e o espaçamento é de 2,50 x 2,50 m. O primeiro desbaste sistemático da sexta linha e seletivo, permanecendo 675 árvores/ha foi realizado aos 9 anos de idade. O segundo desbaste, do tipo seletivo, foi realizado aos 14 anos, permanecendo 275 árvores/ha.

2.3 Informações coletadas

Quarenta árvores foram abatidas e cubadas pelo Método de Smalian, nas posições de: 0,10; 0,30; 0,80; 1,30; e de aproximadamente de 1 em 1 m até a altura total. A partir destas árvores foram feitas as reconstituições dos crescimentos por análise de tronco, o que gerou um banco de dados de 649 árvores com as idades variando de 8 a 30 anos, de onde foram selecionadas 50 com 1, 2 e 3 pontos de mudanças na forma nos fustes, pontos identificados como pmf.

Na Tabela 1, as árvores-amostras estão distribuídas por classe de altura e diâmetro de acordo com a quantidade de pmf.

TABELA 1 – Distribuição de freqüência das árvores com 1, 2 e 3 pmf por classe de diâmetro e altura.

Distribuição em altura (m)	1 pmf						Total
	Diâmetro (cm)						
	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	
12	1						1
14	2						2
16							0
18	2	1	1				4
20	1		1				2
22				1			1
24			2		2		4
26			5	1	2		8
28				5	3		8
30			1	6	2		9
32			2	4	2	1	9
34					1		1
36					1		1
Total	6	1	12	17	13	1	50

2 pmf							
	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	Total
20			1				1
22		2	2	2			6
24		4	7	2			13
26			6	1			7
28			4	3			7
30					3	1	4
32				1	2	2	5
34					2	3	5
36					1	1	2
Total		6	20	9	8	7	50
3 pmf							
	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	Total
12	1						1
14	4	1					5
16	4	5					9
18	1	5					6
20	1	5	3				9
22		5	3	2			10
24			5	2			7
26			1	1			2
28							
30				1			1
Total	11	21	12	6			50

2.4 Determinação dos pontos de mudanças de formas nos fustes

Na determinação dos pontos de mudança de forma (pmf), foi derivado o polinômio de grau 5. O ponto onde ocorre a mudança na forma da figura geométrica foi aquele onde a curva que descreve o perfil do fuste muda de concavidade, isto é, o ponto de inflexão da curva obtido a partir da 2ª derivada da função.

Assim, para cada árvore-amostra, o polinômio do 5º grau foi ajustado obtendo seus coeficientes, e a seguir para cada equação foram feitas duas derivações visando a determinar os pontos de inflexão. Essas foram igualadas a zero, obtendo-se os pontos que definem a mudança na forma geométrica. Assim, as funções que possuem três pontos de inflexão possuem também três pmf. Quando possuem dois pontos de inflexão reais e um imaginário, possuem dois pmf, e, quando possuem um ponto de inflexão real e dois imaginários, possuem apenas um pmf.

De posse dessas informações, as árvores foram separadas de acordo com a quantidade de pmf conforme apresentado na Tabela 1 e, a partir daí, foram feitas as estimativas dos perfis de cada árvore usando as equações oriundas dos modelos a

serem comparados. O estudo foi realizado para os três conjuntos de árvores com 1, 2 e 3 pmf.

2.5 Modelos estudados

2.5.1 Modelos

1 – Modelo segmentado de Max e Burkhart

O modelo de Max e Burkhart é um modelo segmentado, em que os pontos de junção estão exatamente onde ocorre a mudança na forma geométrica, os pmf. O modelo em sua forma original considera a existência de três figuras geométricas diferentes nas árvores e, por isso, tem 2 pontos de junções. Sua fórmula é expressa por:

$$d_i = dap \left[\beta_1(X-1) + \beta_2(X^2-1) + \beta_3(a_1-X)^2 I_1 + \beta_4(a_2-X)^2 I_2 \right]^{0.5} + e_i; \quad (1).$$

Modelo segmentado de Max e Burkhart Modificado

Para as árvores com três pmf, foi feita alteração no modelo acrescentando mais um ponto de junção de modo que ele ficou com a seguinte forma:

$$d_i = dap \left[\beta_1(X-1) + \beta_2(X^2-1) + \beta_3(X^3-1) + \beta_4(a_1-X)^2 I_1 + \beta_5(a_2-X)^2 I_2 + \beta_6(a_3-X)^2 I_3 \right]^{0.5} + e_i; \quad (2)$$

Modelo segmentado de Max e Burkhart Modificado

Para as árvores com 1 pmf, foi feita a redução no modelo, que ficou com a seguinte forma:

$$d_i = dap \left[\beta_1(X-1) + \beta_2(a-X)^2 I \right]^{0.5} + e_i; \quad (3)$$

onde:

$$I_i \begin{cases} = 1 \text{ se } X \leq a_i; \\ = 0 \text{ se } X > a_i; \end{cases}$$

$$X = h_i / h; \quad i = 1, 2;$$

a_1, a_2 e a_3 = pontos de junções dos polinômios;

d_i = diâmetro comercial (cm); dap = diâmetro à altura do peito;

h_i = altura comercial (m); h = altura total da árvore (m);

β_i = parâmetros da regressão, sendo $i = 0, 1, \dots, n$; e_i = erro aleatório.

2.5.2 Modelo 2 - Polinômio do 5° grau

O polinômio do 5° grau é um modelo linear não segmentado bastante difundido no meio florestal e tem a seguinte forma:

$$\frac{d_i}{dap} = \left[\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{h} \right) + \beta_2 \left(\frac{h_i}{h} \right)^2 + \beta_3 \left(\frac{h_i}{h} \right)^3 + \beta_4 \left(\frac{h_i}{h} \right)^4 + \beta_5 \left(\frac{h_i}{h} \right)^5 \right] + e_i; \quad (4)$$

onde: d_i = diâmetro comercial (cm); dap = diâmetro à altura do peito; h_i = altura comercial (m); h = altura total da árvore (m); β_i = parâmetros da regressão, sendo $i = 0, 1, \dots, n$; e_i = erro aleatório.

2.5.3 Modelo 3 - Modelo de Garay

Este é um modelo não segmentado não linear do tipo:

$$d_i = dap \beta_0 \left[1 + \beta_1 \ln \left(1 - \beta_2 h_i^{\beta_3} h^{-\beta_3} \right) \right] + e_i; \quad (5)$$

onde: d_i = diâmetro comercial (cm); dap = diâmetro à altura do peito; h_i = altura comercial (m); h = altura total da árvore (m); β_i = parâmetros da regressão, sendo $i = 0, 1, \dots, n$; e_i = erro aleatório.

Ao longo do trabalho, após ajustados, os modelos de Max e Burkhart, em sua forma original e modificado, o polinômio do 5° grau e o modelo de Garay foram tratados como equações 1, 2 e 3, respectivamente.

O modelo linear foi ajustado pelo método dos mínimos quadrados ordinários e os modelos segmentados e o modelo não linear foram ajustados pelo procedimento iterativo de Gauss Newton. Todos os ajustes foram feitos usando o pacote estatístico Statistical Analysis System (Sas). As rotinas encontram-se em anexo (Anexo A).

2.6 Avaliação dos modelos

Os modelos foram ajustados e tiveram seus desempenhos comparados para as estimativas dos perfis dos fustes das árvores com 1, 2 e 3 pmf.

As equações tiveram sua precisão avaliada por meio do coeficiente de determinação ajustado (\bar{R}^2) e do coeficiente de variação CV(%). Esses critérios foram utilizados para verificar se os ajustes foram satisfatórios.

A acurácia das estimativas nos perfis dos fustes foi examinada em testes baseados nos resíduos, conforme metodologia usada por Lima (1986), Scolforo et al. (1998), Ferreira (1999), Assis (2000), Queiroz et al. (2006), Souza et al. (2008), Schneider et al. (2009), entre outros autores, sendo os resíduos calculados pela expressão: $resíduo = (Y_i - \hat{Y}_i)$. A partir daí, procedeu-se ao cálculo das estatísticas usadas para avaliação das estimativas.

Essas estatísticas foram: viés (v), média das diferenças (md) e desvio padrão das diferenças (dpd), cujas fórmulas de cálculo encontram-se na Tabela 2. Essas estatísticas são complementares, sendo que, quando usadas separadamente, não dão poder de decisão sobre qual o melhor método. O viés indica a existência ou não de tendências entre os resíduos, porém não mede o quão afastados do eixo zero estão os valores residuais. Já a média das diferenças fornece justamente a idéia da amplitude dos erros, e o desvio padrão das diferenças mostra a homogeneidade entre os resíduos.

TABELA 2 - Critérios para avaliação do ajuste e validação dos modelos.

Critério	Estimador
Viés	$V = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i}{n} \quad (6)$
Média das diferenças absolutas (md)	$MD = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - \hat{Y}_i }{n} \quad (7)$
Desvio-padrão das diferenças (dpd)	$DPD = \sqrt{\frac{\left(\sum_{i=1}^n d_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n d_i \right)^2 / n \right)}{n - p}} \quad (8)$

em que: Y_i = valor observado e \hat{Y}_i = valor estimado; n = número de observações; e p

= número de parâmetros de cada modelo, $d_i = (Y_i - \hat{Y}_i)$.

A partir das estatísticas, foi elaborado um *ranking* para expressar o desempenho dos modelos para as árvores com 1, 2 e 3 pmf.

Considerando cada uma das estatísticas testadas, foi atribuída nota 1 para o método que apresentou melhor acurácia, e assim sucessivamente, até a nota 3 para o menos acurado. O melhor foi aquele que apresentou o menor valor no somatório das notas de cada estatística.

Com o propósito de auxiliar na interpretação dos resultados, foi feita a análise gráfica dos resíduos para todas as estimativas. Os valores residuais utilizados na construção dos gráficos são expressos por:

$$\text{Resíduo (\%)} = \frac{Y_i - \hat{Y}_i}{Y_i} 100 ; (9)$$

onde: Y_i = valores observados e \hat{Y}_i = valores estimados pela equação.

Ainda foram feitas análises gráficas dos perfis médios dos fustes com os dados observados e estimados, com o intuito de verificar se os modelos possuem ajustes satisfatórios.

Visando à operacionalização da obtenção dos pontos de mudança de forma no fuste, buscou-se, através do dap, h, di, dos pmf observados e algumas combinações entre essas variáveis, encontrar, pelo procedimento *stepwise* (passo-a-passo), modelos para determinar de forma indireta esses pontos nos fustes.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

3.1 Ajustes dos modelos

Os parâmetros dos modelos, os valores dos coeficientes de determinação \bar{R}^2 e o coeficiente de variação CV(%) encontram-se nas Tabelas 1B e 2B do anexo B.

Em relação às equações para cada árvore com 1 pmf, o menor valor observado para o \bar{R}^2 foi de 90,3%, e o maior coeficiente de variação foi de 13,5%. Para as árvores com 2 pmf, tais resultados foram de 94,8% e 11,2%, e para as árvores com 3 pmf 91,7% e 8,8%.

Nas três situações, os resultados referem-se aos piores valores para os coeficientes de determinação e coeficiente de variação das equações ajustadas para cada árvore (vide Tabela 2B). Isso mostra que mesmo os ajustes inferiores têm \bar{R}^2 maior que 90% e CV(%) menor do que 15%, o que significa boa precisão em todas as situações testadas.

Para os três conjuntos de árvores, as equações originárias dos modelos segmentados (1) têm os menores valores, ficando o modelo de Garay (3) com resultados intermediários e o polinômio do 5º grau (2) com os melhores desempenhos. Porém, tais estatísticas indicam somente a precisão dos ajustes, fazendo-se necessária uma análise a partir de outros critérios, como estatísticas e gráficos baseados nos resíduos.

3.2 Análise das estatísticas quanto aos desempenhos dos modelos na estimativa dos perfis dos fustes com um, dois e três pontos de mudança de forma

Na Tabela 3, foram reunidos os resultados das estatísticas e o *ranking* a fim de determinar o melhor modelo para estimar os perfis dos fustes.

TABELA 3 – Estatísticas e *ranking* para determinação do modelo com o melhor desempenho para estimativa dos perfis dos fustes.

Estatísticas				
Árvores com 1 pmf				
Modelos	Viés	md	dpd	Total
1	-0,8619 (3)	1,6154 (3)	2,0800 (3)	9
2	-0,0021(1)	0,4933 (1)	0,6760 (1)	3
3	-0,0035 (2)	0,8175 (2)	1,0319 (2)	6
Árvores com 2 pmf				
Modelos	Viés	md	dpd	Total
1	0,1248 (3)	1,3887 (3)	1,7147 (3)	9
2	-0,0248 (2)	0,6165 (1)	0,9109 (1)	4
3	0,0039 (1)	1,0129 (2)	1,2429 (2)	5
Árvores com 3 pmf				
Modelos	Viés	md	dpd	Total
1	-0,0301 (3)	0,7214 (3)	1,3811 (3)	9
2	0,0012 (1)	0,3264 (1)	0,5368 (1)	3
3	0,0136 (2)	0,6537 (2)	1,1577 (2)	6

Para as árvores com 1 pmf, de acordo com o resultado do *ranking*, é possível observar que a equação do modelo 2 teve a melhor performance, superior em todas estatísticas, com os menores valores para o *viés*, *md* e *dpd*.

A equação 3 ficou com o segundo resultado, tendo a equação do modelo 1 apresentado os piores valores, discrepantes em relação aos demais. Este não é um resultado inesperado, pois um fuste com apenas um ponto de mudança de forma tende a ser mais cilíndrico, logo, espera-se que o modelo segmentado não exerça maiores influências nas estimativas. Fustes com essa forma são esperados em árvores do estrato médio ou dominadas em povoamentos densos, ou árvores do estrato dominante submetidas a condições climáticas inóspitas.

Segundo Hohenadl *apud* Schneider (2008), em árvores médias ou dominadas sujeitas à competição intensa, há uma tendência de haver depósito maior de incremento nas posições superiores do fuste, de tal maneira que estas adquirem uma forma mais cilíndrica.

E, de acordo com Assmann (1970), em condições climáticas desfavoráveis as árvores dominantes também podem apresentar alterações em relação à distribuição do incremento no fuste. O autor verificou que essas árvores apresentavam comportamento diferente em situações de déficit hídrico e de disponibilidade de água, considerando que, no primeiro caso, os maiores incrementos tendem a

deslocar-se para posições superiores do fuste, sendo que, no segundo momento, os incrementos mais representativos ocorrem em posições inferiores.

Para as árvores com 2 pmf, a equação obtida a partir do ajuste do modelo 2 mais uma vez teve o melhor desempenho nas estimativas em todas as formas de avaliação. A equação oriunda do modelo 3 foi a segunda melhor, com resultados superiores para todas as estatísticas em relação à equação do modelo 1.

Em relação às árvores com 3 pmf, observou-se o mesmo resultado encontrado anteriormente. A equação do modelo 2 obteve os melhores resultados para todas as estatísticas com a equação do modelo 3 inferior a do modelo 2 e superior a do modelo 1.

O que pode ser observado para este tipo de árvore é que os valores das estatísticas para a equação do modelo 1 não são tão discrepantes, principalmente em relação à equação do modelo 3, indicando maior aproximação quanto às performances em relação à acurácia das estimativas. Entretanto, mesmo com a diminuição das diferenças quanto aos desempenhos dos modelos, esse resultado surpreende, pois, sendo essas árvores as de maiores variações quanto à forma do fuste, esperava-se que o modelo segmentado, justamente por considerar essas variações, fosse aquele com a maior acurácia.

Resultado semelhante foi encontrado por Scolforo et al. (1998). As funções splines cúbicas, que são uma forma de segmentação, não foram adequadas para estimar o perfil do fuste de *Pinus elliottii* recomendando o Polinômio do 5º grau para tal estimativa.

Souza (2005) e Souza (2007), trabalhando com dados de *Eucalyptus* sp., compararam modelos segmentados e não segmentados e afirmaram que, além de serem menos complexos, os modelos não segmentados foram mais precisos do que os segmentados. Entretanto, nenhum desses autores avaliou os modelos em relação às estimativas para cada árvore individualmente, como foi feito neste trabalho.

3.3 Análise dos resíduos quanto aos desempenhos dos modelos na estimativa dos perfis dos fustes com um, dois e três pontos de mudança de forma

A Figura 2 mostra os resíduos das estimativas dos perfis dos fustes das árvores com 1, 2 e 3 pmf.

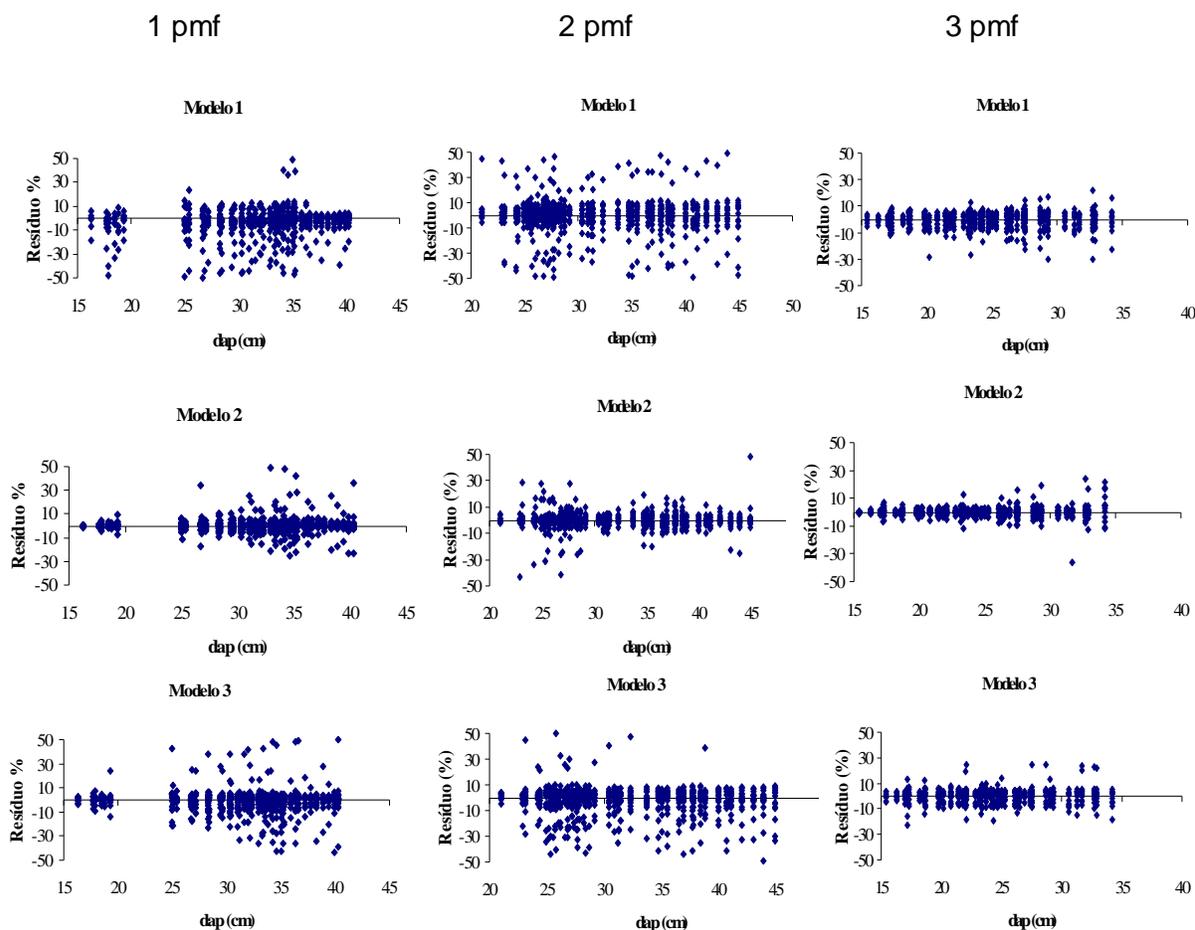


FIGURA 2 - Resíduos das estimativas dos perfis dos fustes dos diferentes tipos de árvores.

A ordenação por meio de um ranking mostra qual o melhor entre os três modelos testados. Porém, quando foram construídos os gráficos, observou-se que todas as equações tiveram, de modo geral boas performances, apesar de algumas tendências específicas.

Para as árvores com 1 pmf, a equação do modelo 2 apresentou boa distribuição residual entre $\pm 20\%$, sem a ocorrência de tendências, confirmando, assim, o seu melhor desempenho para as estimativas.

Em relação à equação do modelo 3, foi possível notar que os resíduos estão bem distribuídos, com maior amplitude de dispersão, mas sem tendências. Já a equação do modelo 1, em todo conjunto de dados, mostrou tendência de subestimar os resultados, tendo a pior performance.

Tratando-se do modelo segmentado, resultados semelhantes foram encontrados por Assis (2000) na comparação de modelos segmentados para estimativas de diâmetros e volumes de *Pinus taeda* L. A autora concluiu que o modelo de Max e Burkhart (1976) não deve ser utilizado para estimativas de diâmetros abaixo de 10% da altura total, para árvores menores que 45 cm de dap, e abaixo de 25% da altura para árvores com diâmetro maior que 45 cm.

As análises conjuntas dos resíduos e das estatísticas usadas para a determinação do *ranking* mostraram que o viés para a equação do modelo 2, de modo geral, foi menor, em relação a 1 e 3, o que pode ser confirmado ao se observar a tendência apresentada na distribuição dos resíduos. Essa estatística é própria para essa análise, pois descreve a dimensão das tendências nas estimativas, mas não indica a amplitude dos erros.

O mesmo também foi constatado para a média das diferenças (md). Esta estatística complementa o viés, pois fornece o afastamento dos resíduos independente da existência de tendências, o que, de acordo com os valores contidos na Tabela 3, para o modelo 1, foi superior em relação aos outros modelos.

Em relação às árvores com 2 pmf, a equação do modelo 2 apresentou dispersão residual semelhante à das árvores com 1 pmf, não ocorrendo tendências, sendo a dispersão pequena. A equação do modelo 3, que foi o segundo melhor para essas árvores, apresentou pequena subestimativa em todo conjunto amostral, mas restrita a poucas árvores. A grande maioria delas apresentou a dispersão dos resíduos em torno de $\pm 30\%$, o que é um bom limite.

Mesmo a equação do modelo 1, apontada pelas estatísticas como a menos acurada, apresentou boa distribuição dos resíduos, com maior dispersão em relação aos outros modelos, mas sem tendências.

Para as árvores com 3 pmf, constatou-se que a equação do modelo 2 foi a de melhor desempenho. Não houve tendências nas estimativas e a dispersão residual limitou-se entre $\pm 10\%$, podendo esse resultado ser considerado satisfatório. As equações dos modelos 3 e 1 que tiveram a segunda e terceira melhores

performances, respectivamente, também não apresentaram tendências nas estimativas e tiveram baixa amplitude de dispersão dos resíduos.

Assim, da mesma forma que na análise das estatísticas de ajuste e precisão, houve maior homogeneidade em relação aos modelos, estando todos aptos a fornecer boas estimativas da forma do fuste. Esse resultado pode estar relacionado às maiores variações de formas dos fustes, o que pode ter contribuído para o modelo segmentado apresentar ajuste e desempenho semelhante aos demais, inclusive do modelo 2, que foi o melhor em todas as situações estudadas.

3.4 Perfis médios observados e estimados para os diferentes tipos de árvores

Para melhor visualizar as estimativas a partir das equações oriundas dos modelos estudados, elaborou-se a Figura 3, que mostra o perfil médio com os dados observados e estimados. Considerou-se como árvore média em cada um dos conjuntos de dados a árvore de diâmetro quadrático médio (d_q). Nesta figura, ficam mais evidentes as performances dos modelos para os estudos propostos. De modo geral, os três foram satisfatórios, mas, como pode ser observado, ocorreram certas imprecisões em determinadas partes dos fustes.

Confirmando o que foi observado anteriormente ao se analisar as estatísticas e distribuições dos resíduos para todas as árvores com 1, 2 e 3 pmf, a equação do modelo 2 teve boa precisão, estimando bem os diâmetros em todas as partes, inclusive com ótima performance na base e topo do fuste, posições onde normalmente ocorrem as maiores imprecisões.

Para as árvores com 1 pmf, a equação do modelo 3 mostrou baixa precisão nas estimativas da base e foi bem no restante do fuste. A equação do modelo 1 teve acentuada imprecisão das estimativas na base e topo.

As estimativas das árvores com 2 pmf mostram os modelos 1 e 3 com desempenhos semelhantes entre si, com a ocorrência das mesmas imprecisões na base, topo e até mesmo no centro do fuste.

Observando as árvores com 3 pmf, nota-se, para a região da base, desempenhos semelhantes aos das outras árvores. Percebe-se ainda as equações dos modelos 1 e 3 com deficiências nas estimativas da porção basal, e a equação do modelo 2 com bom desempenho. Porém, deve-se destacar a boa precisão para todos os modelos nas posições acima da base, confirmando, assim, a

homogeneidade entre as estimativas para todos os modelos ao se analisar as distribuições dos resíduos.

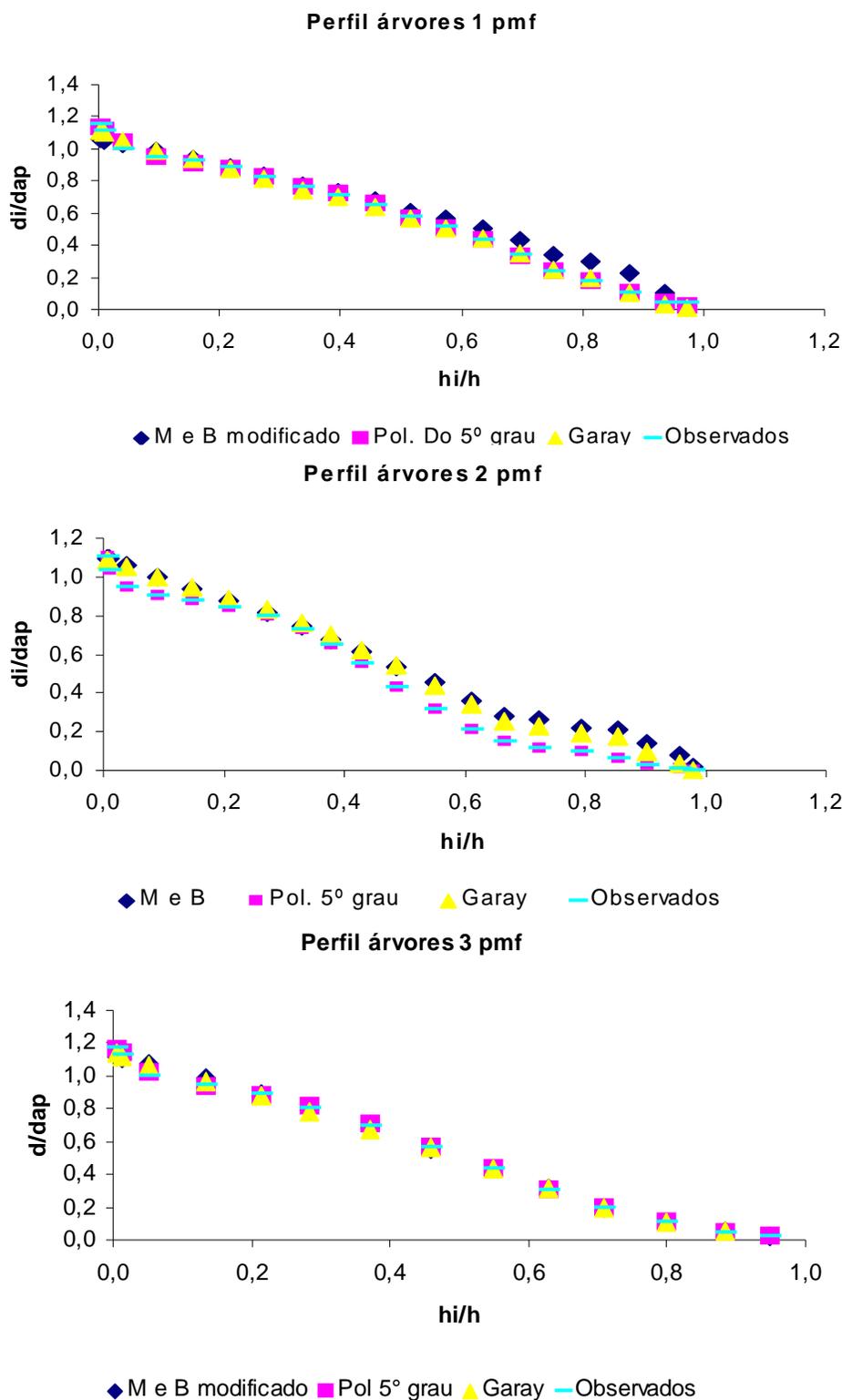


FIGURA 3 - Perfis das árvores médias com 1, 2 e 3 pmf com os dados observados e estimados pelos modelos.

3.5 Modelagem dos pontos de mudança na forma dos fustes

A modelagem dos pontos de mudança de forma no fuste pelo procedimento de regressão *stepwise* (passo a passo), considerando as variáveis altura, dap, nas suas formas aritmética, quadrática, cúbica, logarítmica, inversa, raiz quadrada, h/d, diâmetros relativos (d_i) e pmf observados, resultaram nos modelos lineares abaixo, cujos parâmetros e estatísticas encontram-se na Tabela 4.

$$pmf1 = \beta_0 + \beta_1 \cdot \sqrt{dap} + \beta_2 \cdot h^3 + \beta_3 \cdot d_{0,3h} + \beta_4 \cdot d_{0,5h} + \beta_5 \cdot d_{0,7h} + \varepsilon_i; \quad (10)$$

$$pmf2 = \beta_0 + \beta_1 \cdot h + \beta_2 \cdot pmf1 + \beta_3 \cdot h/d + \beta_4 \cdot d_{0,5h} + \beta_5 \cdot d_{0,7h} + \varepsilon_i; \quad (11)$$

$$pmf3 = \beta_0 + \beta_1 \cdot \sqrt{dap} + \beta_2 \cdot d_{0,3h} + \beta_3 \cdot d_{0,5h} + \beta_4 \cdot d_{0,7h} + \varepsilon_i; \quad (12)$$

Onde: $d_{0,3h}$, $d_{0,5h}$ e $d_{0,7h}$ são respectivamente os diâmetros a 30%, 50% e 70% da altura total das árvores.

Todos os modelos apresentaram parâmetros significativos ao nível de 1% ($p \leq 0,01$) e coeficiente de variação abaixo de 10%. No entanto, os coeficientes de determinação R^2 (%) não foram altos, tendo o modelo do pmf_3 apresentado o menor valor 45,2%.

TABELA 4 - Estatísticas dos modelos para estimar os pontos de mudança de forma.

	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$	\bar{R}^2 (%)	CV (%)
<i>pmf 1</i>	-0,0734	0,1401	$2,1 \times 10^{-6}$	-0,0291	0,0100	0,0050	63,9	8,3
<i>pmf 2</i>	-0,0125	-0,0048	1,5451	0,2750	0,0051	0,0095	72,3	7,6
<i>pmf 3</i>	0,8985	-0,0659	-0,0238	0,0642	-0,0306	-	45,2	6,7

Todos os coeficientes são significativos com ($p \leq 0,05$).

As análises dos resíduos forneceram a distribuição dos erros ao longo da amplitude de variação das variáveis independentes conforme contido na Figura 4. Essa informação, associada às estatísticas de ajuste e precisão, ajudaram a definir a aplicabilidade dos modelos.

Conforme os gráficos, o modelo gerado para estimar o pmf_1 apresentou boa distribuição residual, sem a ocorrência de tendências e baixa amplitude dos resíduos, para as árvores com $dap \leq 25$ cm e $h \leq 20$ m. Acima desses limites, houve subestimativa para todas as árvores amostradas. Isso pode ser decorrência da localização do ponto de mudança da forma, que, nesse caso, estava na porção basal da árvore, local onde ocorrem as maiores irregularidades no fuste, contribuindo para a maior dificuldade de precisão deste modelo.

Em relação ao modelo para estimar o pmf 2, a distribuição dos resíduos mostrou resultados satisfatórios, confirmando as estatísticas. Não foi constatada a existência de tendências entre as estimativas, e os resíduos se situaram entre $\pm 20\%$.

Para a modelagem do pmf 3, apesar do baixo valor do coeficiente de determinação, as estimativas foram boas, o que pode ser confirmado pela distribuição dos resíduos. Podem-se justificar os bons resultados das modelagens para o pmf 2 e pmf 3 a partir do fato de serem pontos mais distantes da base das árvores, locais com menor variação do fuste e conseqüentemente de maior precisão.

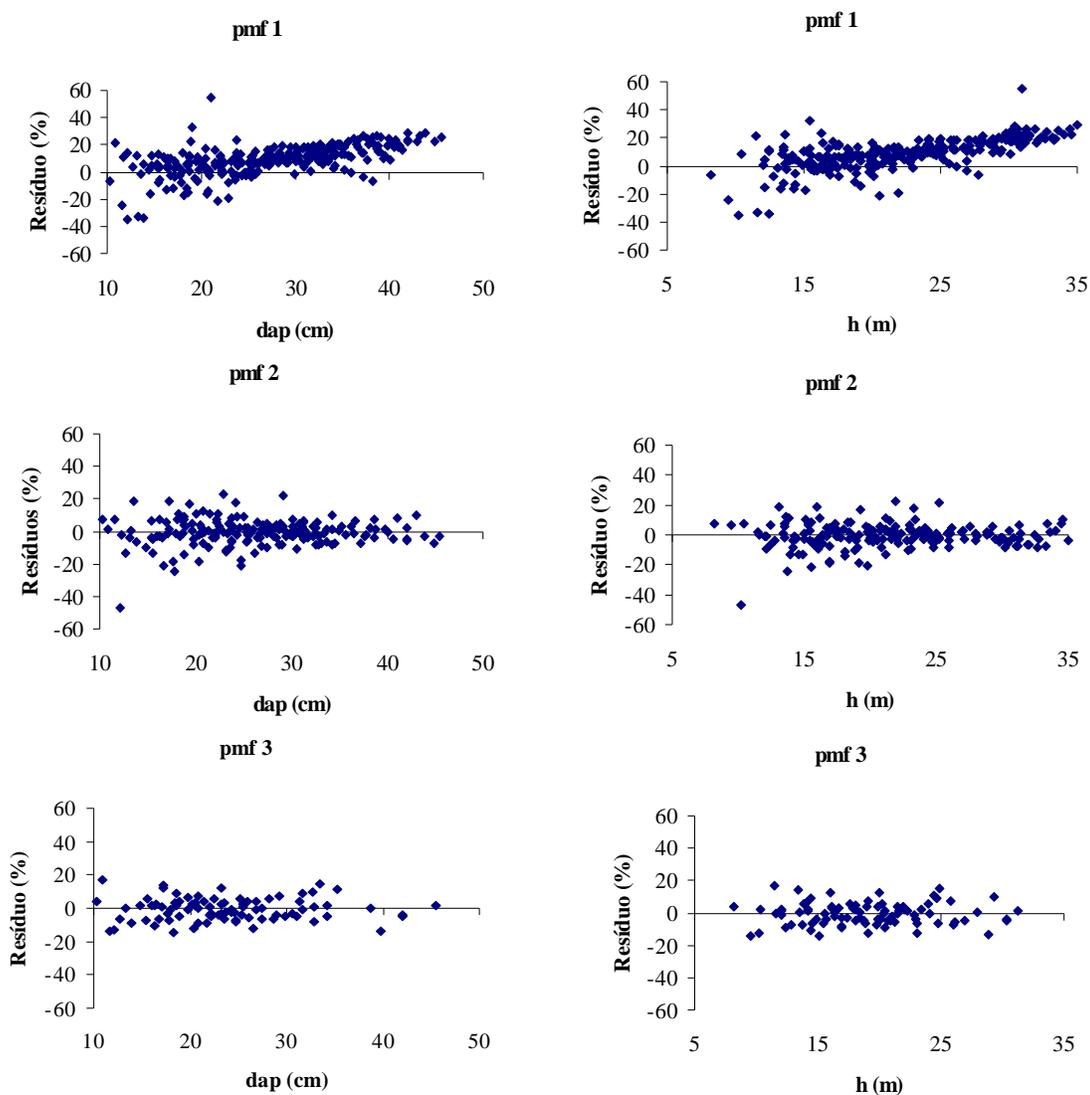


FIGURA 4 - Distribuição dos resíduos da estimativa dos pontos de mudanças de forma com os modelos obtidos pelo procedimento *stepwise*.

4 CONCLUSÕES

Para as condições deste estudo, a partir dos resultados encontrados, pode-se concluir que:

- Os modelos não segmentados, polinômio do 5º grau e Garay, foram melhores que o modelo segmentado de Max e Bukhart, para descrever a forma de fustes de árvores com 1, 2 e 3 pontos de mudança de forma;
- O polinômio do 5º grau foi o modelo com o melhor desempenho para estimativa dos perfis dos fustes seguido pelo de Garay e o de Max e Bukhart;
- Para as árvores com 3 pontos de mudança de forma no fuste, os três modelos estudados – polinômio do 5º grau, Garay e Max e Bukhart – mostraram resultados menos discrepantes entre si, sendo possível a utilização de qualquer um deles para descrever a forma do fuste;
- A modelagem dos pmf pelo procedimento de regressão *stepwise* foi eficiente como comprovado pela análise de resíduos.

5 BIBLIOGRAFIA

ANDRADE, C. M. et al. Variação do incremento anual ao longo do fuste de *Pinus taeda* L. em diferentes idades e densidades populacionais. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 17, n. 3, p. 239-246, 2007.

ASSMANN, E. **The Principles of Forest Yield Study**. New York: Pergamon Press, 1970 506p.

ASSIS, A. L. **Avaliação de modelos polinomiais segmentados e não segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda***. 2000. 198 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras.

EMBRAPA. Centro Nacional de Pesquisa de Solos. **Sistema brasileiro de classificação de solos**. Brasília: Embrapa – SPI; Rio de Janeiro: Embrapa – Solos, 2006. 306 p.

FERREIRA, S. O. **Estudo da forma do fuste de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus cloeziana***. 1999. 112 f. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras.

LEITE, H. G. **Conversão de fustes em multiprodutos de madeira, utilizando programação dinâmica**. 1994. 230 f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa.

LIMA, F. **Análise de funções de “taper” destinadas à avaliação de multiprodutos de árvores de *Pinus elliottii***. 1986. 96 f. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa.

MAX, T.A.; BURKHART, H. E. Segmented polynomial regression applied to taper equations. **Forest Science**, Washington, v. 22, n. 3, p. 283-289, 1976.

QUEIROZ, D. et al. Avaliação e validação de funções de afilamento para *Mimosa scabrella* Bentham em povoamentos da região metropolitana de Curitiba/PR. **Floresta**, Curitiba, v. 36, n. 2, 2006.

SCHNEIDER, P. R.; SCHNEIDER, P. S. P. **Introdução ao manejo florestal**. FACOS-UFSM: Santa Maria, UFSM, 2008, 566 p.

SCHNEIDER, P. R. et al. **Análise de regressão aplicada à engenharia florestal**. FACOS-UFSM: Santa Maria, 2009, 294p.

SCOLFORO, J. R. S. et al. Acuracidade de equações de afilamento para representar o perfil do fuste de *Pinus elliotti*. **Cerne**, v. 4, n. 1, p. 100-122, 1998.

SOUZA, A. N. **Crescimento, produção e análise econômica de povoamentos clonais de *Eucalyptus* sp. em sistemas agroflorestais**. 2005. 223 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras.

SOUZA, C. A. M. **Avaliação de modelos de *taper* não segmentados e segmentados na estimação da altura e volume comercial de fustes de *Eucalyptus* sp.** 2007. 115 f. Dissertação (Mestrado em Produção Vegetal) – Universidade Federal do Espírito Santo, Alegre.

SOUZA, C. A. M. et al. Avaliação de modelos de afilamento segmentados na estimação da altura e volume comercial de fustes de *Eucalyptus* sp. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v. 32, n. 3, p. 453-463, 2008.

SOUZA, C. A. M. et al. Avaliação de modelos de afilamento não-segmentados na estimação da altura e volume comercial de *eucalyptus* sp. **Ciência Florestal**, v. 18, n. 3, 2008.

CAPÍTULO 2

ACURÁCIA DO POLINÔMIO DO 5º GRAU AJUSTADO SEM E COM ESTRATIFICAÇÃO EM CLASSES DE DIÂMETRO E DE QUOCIENTES DE FORMA

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo avaliar um modelo de afilamento, o polinômio do 5º grau, ajustado com os dados sem estratificação e estratificados em classes de dap (diâmetro a altura do peito) e classes de quociente de forma, para as estimativas dos perfis dos fustes e alturas comerciais de *Pinus taeda* L. Os dados para o presente trabalho foram medidos em povoamentos, da Klabin S.A., localizados em Telêmaco Borba-PR, e são oriundos de florestas manejadas para serraria, com dois desbastes e corte raso, plantados em espaçamento de 2,50 x 2,50 m. Os resultados com base nas estatísticas *viés* (v), na média das diferenças (md), no desvio-padrão das diferenças (dpd) e na análise gráfica dos resíduos mostraram que, tanto para a estimativa dos perfis dos fustes quanto das alturas comerciais, a estratificação dos dados em classes de quociente de forma foi a que proporcionou maior ganho de precisão ao modelo de afilamento testado. O quociente de forma obtido a 70% da altura total ($K_{0,7h}$) e a 50% da altura total ($K_{0,5h}$) destacaram-se em todas as estimativas. A maneira menos precisa de dispor os dados para o ajuste foi sem estratificar.

Palavras-chave: estratificação, desempenho, inventário florestal.

CHAPTER 2

ACCURACY OF THE 5TH DEGREE POLYNOMIAL ADJUSTED WITH AND WITHOUT STRATIFICATION IN CLASSES OF DIAMETER AND FORM QUOTIENT

ABSTRACT

This study aimed at assessing a taper model widely known in forests studies, the 5th degree polynomial, adjusted with non-stratified and stratified data in dbh classes and shape quotient classes, to estimate stem profiles and commercial height of *Pinus taeda* L. The data were measured in stands from Klabin S.A. in Telêmaco Borba-PR. The sample trees grew up in a stand managed to sawmill, with two thinnings and coppicing. Plantation of 1.600 trees/ha and spacing of 2,50 x 2,50 m. The results based on statistics bias (b), average of the differences (AD), deviation pattern of the differences (DPD) and graphical analysis of the residues showed that to the stem profiles estimates as well as to commercial height estimates the stratification of data in shape quotient classes provided more accuracy to the taper model. Considering that the shape quotient obtained in 70% of total height ($K_{0,7h}$) and in 50% of total height ($K_{0,5h}$) was higher in all the estimates, the less accurate technique was non stratification.

Key words: stratification, performance, forest inventory.

1 INTRODUÇÃO

A aplicação de funções de afilamento é um poderoso instrumento para avaliar biológica e economicamente o maciço florestal e a resposta das práticas de manejo executadas, já que permite quantificar de maneira detalhada os volumes e o número de toras que o povoamento produzirá.

Muitos pesquisadores têm envidado esforços para obter um modelo que descreva com precisão o perfil do fuste de árvores, na expectativa de estimar o diâmetro a qualquer altura ao longo do fuste e a altura até qualquer diâmetro especificado. Esse dado permite quantificar o número de toras com bitola e comprimentos pré-definidos ou os múltiplos produtos da madeira. Normalmente, por meio da integração das funções de afilamento, obtêm-se expressões que permitem calcular o volume desses múltiplos produtos da madeira e mesmo de toda a árvore (FISCHER et al., 2001).

Os estudos da acurácia de suas estimativas têm mostrado que estes modelos são uma valiosa ferramenta na administração de empreendimentos florestais, sem que haja ônus nos custos do inventário florestal (FIGUEIREDO et al., 2006).

Existem vários tipos de modelos de afilamento, cada qual com as suas características, que determinam os seus desempenhos na diferentes situações em que foram estudados.

Segundo Figueiredo Filho et al. (1996), o polinômio do 5º grau tem sido o modelo mais usado para descrever o perfil de *Pinus taeda* e *Pinus elliotti* na região sul do Brasil. O uso cada vez mais diversificado da madeira de *Pinus* sp., nesta região, para celulose, madeira serrada e madeira laminada, em diferentes bitolas e comprimentos, estimula cada vez mais o uso das funções de afilamento. No entanto, é necessário identificar a melhor forma de dispor os dados para o ajuste, de modo a melhorar a eficiência das estimativas.

Na busca por ganho de precisão nas estimativas de diferentes variáveis dendrométricas usando funções de afilamento, muitos pesquisadores testaram os ajustes com os dados estratificados em classes de dap, sendo que a eficiência desejada nem sempre foi alcançada.

Além disso, a maioria dos estudos avaliou o desempenho das equações ajustadas em relação ao diâmetro em qualquer parte do fuste e em relação ao volume comercial, não se preocupando em verificar o comportamento dessas

equações ao se estimar a altura para um diâmetro comercial preestabelecido, mesmo sendo esta variável de suma importância, principalmente quando se trata de processos de otimização dos fustes.

Diante disso, este trabalho teve como objetivo analisar a precisão do polinômio do 5º grau para estimativas do perfil do fuste e das alturas comerciais quando ajustado com os dados sem estratificação, estratificados em classes de diâmetro e em classes de quociente de forma.

2 MATERIAL E MÉTODOS

2.1 Localização e descrição da área de coleta dos dados

Os dados para o presente trabalho foram medidos em povoamentos de *Pinus taeda* L, localizados na Klabin S.A., em Telêmaco Borba-PR, a 24°08' latitude sul e 50°30' longitude oeste, com altitude de 750 a 868 m.

A empresa, situada no município de Telêmaco Borba-PR, distante 250 km da capital do Estado, detém uma área total de 229.356,35 ha e 120.150,46 ha de plantios.

Na Figura 1, pode-se visualizar a dispersão da área de abrangência dos reflorestamentos da empresa.

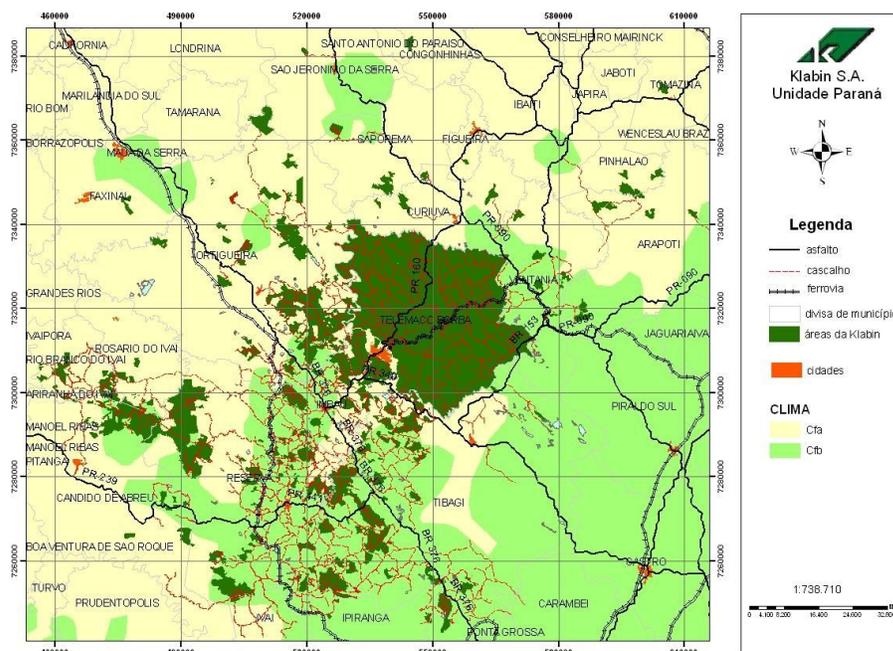


FIGURA 1 – Localização da área de estudo.

Segundo classificação de Köppen, o clima local é Cfa – Sub tropical, apresentando temperatura média no mês mais frio: 15,6°C, temperatura média no mês mais quente: 22,3°C e temperatura mínima registrada: -5,2°C. A média anual de precipitação é de 1.508,8 mm (último 54 anos).

Os solos predominantes da região são Latossolo e Cambissolo, com textura argilosa e média. O material de origem é predominantemente relacionado ao intemperismo e retrabalhamento de litologias referentes às formações Rio Bonito, Itararé e Diques de Diabásio (EMBRAPA, 2006).

2.2 Características do povoamento

As árvores amostradas neste estudo cresceram em povoamento manejado para serraria, com dois desbastes e corte raso aos 30 anos. O plantio é de 1.600 árvores/ha, e o espaçamento é de 2,50 x 2,50 m. O primeiro desbaste sistemático da sexta linha e seletivo permanecendo 675 árvores/ha foi realizado aos 9 anos de idade. O segundo desbaste, do tipo seletivo, foi realizado aos 14 anos permanecendo 275 árvores/ha.

2.3 Informações coletadas

Quarenta árvores foram abatidas e cubadas pelo Método de Smalian, nas posições de: 0,10; 0,30; 0,80; 1,30; e aproximadamente de 1 em 1 m até a altura total. A partir destas árvores foram feitas as reconstituições dos crescimentos por análise de fuste, o que gerou um banco de dados de 649 árvores com as idades variando de 8 a 30 anos, de onde foram selecionados 96 como mostra a Tabela 1.

TABELA 1 – Distribuição de freqüência das árvores-amostra por diâmetro e altura.

Altura (m)	Classes de diâmetro (cm)							Total
	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	
12	1	2						3
14	1	9	1					11
16	2	7	5	1				15
18	1	4	2	2				9
20		5	4	4				13
22			2	3	4			9
24			1	5	3	2		11
26				2	2	2		6
28					2	3		5
30					3	2		5
32					1	3	1	5
34							3	3
36							1	1
Total	5	27	15	17	15	12	5	96

2.4 Modelo de afilamento

Por ter sido aquele com o melhor desempenho para todos os tipos de árvores estudados, como mostrado no capítulo 1, o polinômio do 5º grau foi utilizado a fim de se conhecer a melhor maneira de dispor os dados para o ajuste.

O modelo apresenta a seguinte forma:

$$\frac{d_i}{d} = \left[\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{h} \right) + \beta_2 \left(\frac{h_i}{h} \right)^2 + \beta_3 \left(\frac{h_i}{h} \right)^3 + \beta_4 \left(\frac{h_i}{h} \right)^4 + \beta_5 \left(\frac{h_i}{h} \right)^5 \right] + \varepsilon; \quad (1)$$

Para a estimativa das alturas, em que os diâmetros comerciais são conhecidos, reordenaram-se as variáveis de modo que o modelo ficou da seguinte forma:

$$\frac{h_i}{h} = \left[\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{d_i}{d} \right) + \beta_2 \left(\frac{d_i}{d} \right)^2 + \beta_3 \left(\frac{d_i}{d} \right)^3 + \beta_4 \left(\frac{d_i}{d} \right)^4 + \beta_5 \left(\frac{d_i}{d} \right)^5 \right] + \varepsilon; \quad (2)$$

onde: d = diâmetro à altura do peito; d_i = diâmetro comercial; h = altura total; h_i = altura comercial.

2.5 Métodos para estratificação dos dados

Três métodos de agrupamentos foram testados, tomando os dados em conjunto único (sem estratificar), estratificados por classes de diâmetros (classe I - 8 a 19,9 cm; classe II - 20 a 29,9; classe III - ≥ 30 cm) e estratificados por quociente de forma artificial com a razão entre o diâmetro a 30% da altura total (d_{0,3h}) e o dap (K_{0,3h}) com a razão entre o diâmetro a 50% da altura total (d_{0,5h}) e o dap (K_{0,5h}) e com a razão entre o diâmetro a 70% da altura total (d_{0,7h}) e o dap (K_{0,7h}).

Os quocientes de forma mostraram valores de 0,8, 0,9 e 1,0, quando considerado o K_{0,3h}, 0,6, 0,7 e 0,8 para o K_{0,5h} e 0,4 a 0,5 e 0,6 para o K_{0,7h}, determinando a formação de três classes para cada quociente de forma testado. Com isso, o polinômio do 5º grau foi ajustado considerando cada quociente de forma contendo três classes.

Desse modo, quando uma árvore apresentou a razão entre o d_{0,3h} e o dap igual a 0,6, as estimativas das variáveis foram feitas com a equação da classe K_{0,3h}

0,6, quando a razão entre o $d_{0,5h}$ e o dap foi igual a 0,5, a estimativa foi feita com a equação da classe $K_{0,5h}$ 0,5, e assim por diante.

2.6 Avaliação dos métodos

As equações ajustadas tiveram sua precisão avaliada por meio do coeficiente de determinação R^2 e do coeficiente de variação CV(%).

Os desempenhos das equações com os dados não estratificados e estratificados pelos métodos propostos foram avaliados para as estimativas dos diâmetros do fuste e das alturas onde ocorrem os diâmetros de 24, 18 e 8 cm. Estes pontos foram escolhidos por serem, com frequência, utilizados na definição de sortimentos industriais dos fustes.

A acurácia das estimativas no perfil dos fustes e das alturas nos diâmetros citados foi examinada em testes baseados nos resíduos, conforme metodologia usada por Lima (1986), Scolforo et al. (1998), Ferreira (1999), Assis (2000), Queiroz et al. (2006), Souza et al. (2008)a, Souza et al. (2008)b, Schneider et al. (2009), entre outros autores.

Os resíduos foram calculados com a expressão: $resíduo = \left(Y_i - \hat{Y}_i \right)$; onde Y_i = valores observados e \hat{Y}_i = valores estimados. A partir daí, procedeu-se aos cálculos das estatísticas usadas para avaliação das estimativas.

As estatísticas usadas foram o viés (v), média das diferenças (md) e desvio padrão das diferenças (dpd), cujas fórmulas de cálculo encontram-se na Tabela 2. Os cálculos foram realizados somando-se os resíduos de cada um dos métodos de disposição dos dados propostos. Por exemplo, para a estratificação em classes de dap, ajustou-se uma equação para a classe I (8 a 19,9 cm), uma para a classe II (20 a 29,9) e outra para a classe III (≥ 30 cm). Os resíduos foram somados conjuntamente e se chegou aos valores das estatísticas para a estratificação em classes de dap e quocientes de forma.

Essas estatísticas são complementares e, quando usadas separadamente, não dão poder de decisão sobre qual o melhor método. O viés indica a existência ou não de tendências entre os resíduos, porém não mede o quão afastados do eixo zero estão os valores residuais. Já a média das diferenças dá justamente a idéia da

amplitude dos erros, e o desvio padrão das diferenças mostra a homogeneidade entre os resíduos.

TABELA 2 - Critérios para avaliação do ajuste e validação dos modelos.

Critério	Estimador
Viés (v)	$V = \frac{\sum Y_{ij} - \sum \hat{Y}_{ij}}{n}; (3)$
Média das diferenças absolutas (md)	$MD = \frac{\sum Y_{ij} - \hat{Y}_{ij} }{n}; (4)$
Desvio-padrão das diferenças (dpd)	$DPD = \sqrt{\frac{\left(\sum_{i=1}^n d_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n d_i\right)^2 / n\right)}{n - p}}; (5)$

em que: Y_i = valor observado e \hat{Y}_i = valor estimado; n = número de observações; e p = número de parâmetros de cada modelo $d_i = \left(Y_{ij} - \hat{Y}_{ij}\right)$.

A partir das estatísticas, foi elaborado um *ranking* para expressar o desempenho dos métodos testados para o ajuste do modelo de afilamento. Este *ranking* foi elaborado para as estimativas dos perfis dos fustes e alturas onde ocorrem os diâmetros de 24, 18 e 8 cm.

Considerando cada uma das estatísticas testadas, foi atribuída nota 1 para o método que apresentou melhor acurácia, e assim sucessivamente, até a nota 5 para o menos acurado. O melhor método foi aquele que apresentou o menor valor no somatório das notas de cada estatística.

Com o objetivo de auxiliar na interpretação dos resultados, foi feita a análise gráfica dos resíduos para todas as estimativas. Os valores residuais utilizados na construção dos gráficos foram expressos por:

$$\text{Resíduo (\%)} = \frac{Y - \hat{Y}}{Y} 100; (6)$$

em que: Y = valores observados e \hat{Y} = valores estimados pela equação.

Para validação do modelo ajustado com o melhor método de estratificação dos dados, foram analisadas 232 árvores, cobrindo uma amplitude diamétrica de 12,0 cm a 43,0 cm de diâmetro à altura do peito, distribuídas nas três classes de

quociente de forma a 70% da altura $K_{0,7h}$ 0,4, $K_{0,7h}$ 0,5 e $K_{0,7h}$ 0,6. A análise foi realizada comparando-se os valores estimados e os observados para a estimativa dos perfis dos fustes.

Buscando ganho de tempo para os procedimentos de inventário sem perder precisão, executou-se um procedimento de modelagem *stepwise* (passo a passo) do diâmetro a 70% da altura total ($d_{0,7h}$), por ser esta variável de difícil mensuração em campo. As variáveis independentes testadas neste procedimento foram: d_{ap} (diâmetro à altura do peito), h (altura total), $1/d_{ap}$, d_{ap}^2 , d_{ap}^3 , $\sqrt{d_{ap}}$, $d_{ap}^2 \cdot h$, $1/h$, h^2 , h^3 e \sqrt{h} .

O modelo encontrado foi comparado usando-se as estatísticas da Tabela 2 com o modelo de afilamento, a fim de saber se há maiores vantagens em fazer uso de um modelo empírico como o gerado pelo procedimento *stepwise* ou utilizar o modelo de afilamento, mesmo que este seja ajustado com os dados sem nenhum tipo de estratificação.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

3.1 Estatísticas das equações ajustadas para estimativa dos perfis dos fustes

Os parâmetros, o coeficiente de determinação (R^2) e o coeficiente de variação CV(%) para o polinômio do 5° grau com os dados não estratificados, estratificados em classes de dap e estratificados em classes de quociente de forma, (K) estão apresentados na Tabela 3.

Em todas as situações, o coeficiente de determinação e o coeficiente de variação apresentaram valores acima de 98% e abaixo de 6%, respectivamente. Tomando como base essas estatísticas, independentemente do modo como os dados são dispostos para o ajuste das equações, obteve-se boa precisão.

Estudando o desempenho de modelos de afilamento para *Eucalyptus* sp., Souza (2007) também observou para todos os modelos ajustados que os valores destas estatísticas indicaram ótima precisão.

No entanto, essas estatísticas fornecem apenas a magnitude do ajuste, sendo, por isso, necessário analisar esses resultados quanto à dimensão dos resíduos.

TABELA 3 – Estatísticas das equações ajustadas para estimativa dos perfis dos fustes.

Critérios de estratificação	Parâmetros estimados						R^2 (%)	CV(%)
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$		
s/ estratificação	1,1554	-2,7308	11,8784	-26,2512	24,0259	-8,0693	98,5	5,7
dap < 20	1,1680	-2,7606	12,5277	-29,3130	28,2570	-9,8308	99,0	4,7
20 ≤ dap < 30	1,1755	-3,0344	13,2777	-29,7220	27,6854	-9,3698	99,0	4,9
dap ≥ 30	1,1269	-2,4094	10,0927	-21,2770	18,3701	-5,9108	98,4	5,7
K _{0,3h} 0,8	1,1610	-2,7452	10,6030	-22,8477	20,6312	-6,7746	98,5	6,0
K _{0,3h} 0,9	1,1526	-2,6755	11,7600	-26,0573	23,8647	-8,0396	99,0	4,6
K _{0,3h} 1,0	1,1908	-3,3656	17,2038	-37,8856	33,7109	-10,8576	99,3	3,8
K _{0,5h} 0,6	1,1535	-2,4899	9,0907	-19,2503	16,9292	-5,4045	99,2	4,5
K _{0,5h} 0,7	1,1719	-2,9324	12,9603	-29,0034	27,0269	-9,2143	98,7	5,4
K _{0,5h} 0,8	1,1054	-2,2413	10,0329	-21,4813	18,5113	-5,9303	99,1	4,2
K _{0,7h} 0,4	1,1729	-2,9716	12,8409	-29,0849	27,3410	-9,2678	99,0	4,9
K _{0,7h} 0,5	1,1585	-2,7318	12,0225	-26,4724	24,0633	-8,0297	99,0	4,7
K _{0,7h} 0,6	1,1116	-2,2815	10,0144	-21,2078	18,5924	-6,2600	98,5	5,2

Todos os coeficientes são significativos com ($p \leq 0,05$).

3.2 Análise das estatísticas para as estimativas do perfil do fuste

Na Tabela 4, foram reunidos os valores calculados para as estatísticas complementares resultantes de resíduos calculados com as equações de cada classe e acumulados para cada tipo de estrato.

TABELA 4 - Resultado das estatísticas *viés* (*v*), média das diferenças absolutas (*md*) e desvio padrão das diferenças (*dpd*) e o *ranking* para a estimativa do perfil do fuste.

Critérios de estratificação	<i>viés</i>	<i>md</i>	<i>dpd</i>	total
s/ estratificação	0,0005 (1)	0,9400 (5)	1,2608 (5)	11
Classes dap	0,0089 (2)	0,8171 (4)	1,0942 (3)	09
Classes $K_{0,3h}$	0,0098 (3)	0,7969 (3)	1,0979 (4)	10
Classes $K_{0,5h}$	0,0275 (4)	0,7413 (2)	1,0137 (2)	08
Classes $K_{0,7h}$	0,0434 (5)	0,6884 (1)	0,8638 (1)	07

O *ranking*, obtido pelo somatório das notas dadas aos valores de cada estatística apresentada na Tabela 4, indicou que a separação das árvores por classe de quociente de forma a 70% ($K_{0,7h}$), para ajuste das equações a partir do polinômio do 5º grau, apresenta melhores valores em relação às outras formas de agrupamento dos dados.

A classe de quociente de forma a 50% ($K_{0,5h}$) teve o segundo melhor resultado, seguida pela separação em classes de dap, classe de quociente de forma a 30% ($K_{0,3h}$) e dos dados sem estratificação. A estratificação dos dados com base na relação entre o diâmetro a 70% da altura da árvore e o dap foi capaz de trazer ganho de precisão à função de afilamento para estimativa do perfil do fuste.

A resposta para esse resultado está no fato de que um quociente de forma, tomado em um ponto superior do fuste, tem maior possibilidade de explicar as possíveis variações ocorridas ao longo deste fuste do que um quociente de forma tomado em posições inferiores. Isso fica comprovado ao se observar que quanto mais alto no fuste foi tomado o diâmetro para formar as classes de quociente de forma, maior foi a eficiência da estratificação dos dados.

A estratificação em classes de dap foi utilizada e recomendada por outros autores como Ferreira (1999), em estudos com *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus cloeziana* e Müller (2004), utilizando dados de árvores de grandes dimensões de

Eucalyptus grandis. Nenhum destes pesquisadores, porém utilizou a separação dos dados por classes de quociente de forma (K).

3.3 Estatísticas das equações ajustadas para estimativa das alturas comerciais

Com o objetivo de fazer estimativas das alturas comerciais, houve a inversão entre as variáveis dependentes e independentes do polinômio do 5º grau e foram feitos os ajustes deste modelo. Os valores dos parâmetros e os coeficientes encontram-se na Tabela 5.

Todas as equações ajustadas têm o coeficiente de determinação acima de 97% e o coeficiente de variação abaixo de 12%, o que, de maneira semelhante ao que foi observado ao se ajustar este modelo para estimativas dos perfis dos fustes, indica boa precisão.

Contudo, mais uma vez, seria incorreto concluir sobre a melhor maneira de dispor os dados para os ajustes baseando-se somente nestas estatísticas. Portanto, procedeu-se às estimativas das alturas comerciais.

TABELA 5 - Estatísticas das equações ajustadas para estimativa das alturas comerciais.

Critérios de estratificação	Parâmetros estimados						R^2 (%)	CV (%)
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$		
s/ estratificação	0,9987	-0,3342	-2,9121	9,4615	-11,9612	4,8462	98,7	8,6
dap < 20	0,9648	0,4865	-6,9520	16,9531	-17,6849	6,3654	99,2	7,1
20 ≤ dap < 30	1,0114	-0,5088	-2,3085	7,8881	-10,0898	4,1071	99,0	7,6
dap ≥ 30	0,9943	-0,3708	-2,7346	10,0562	-13,6009	5,7279	98,7	8,1
K _{0,3h} 0,8	1,0001	-0,5149	-2,0671	7,5957	-10,4466	4,4984	98,9	7,8
K _{0,3h} 0,9	0,9989	-0,2764	-3,2465	10,3526	-12,9213	5,1910	99,3	6,1
K _{0,3h} 1,0	0,9408	0,9500	-10,1421	25,9076	-27,0933	9,6178	98,2	10,4
K _{0,5h} 0,6	1,0296	-0,8538	-0,3784	3,1339	-5,3823	2,5361	99,4	6,2
K _{0,5h} 0,7	1,0007	-0,4057	-2,3671	8,0403	-10,5255	4,3537	99,0	7,5
K _{0,5h} 0,8	0,9924	-0,0930	-4,3106	13,5107	-16,5180	6,5263	98,6	8,8
K _{0,7h} 0,4	1,0029	-0,3859	-2,8297	8,4358	-10,1515	4,0263	99,0	7,5
K _{0,7h} 0,5	0,9920	-0,1284	-3,9201	11,5619	-13,8279	5,4282	99,0	7,7
K _{0,7h} 0,6	1,0054	-0,5009	-1,2918	6,5466	-10,2029	4,5430	97,2	12,3

Todos os coeficientes são significativos com ($p \leq 0,05$).

3.3.1 Estatísticas e gráficos dos resíduos para a estimativa da altura onde se encontra o diâmetro de 24 cm.

Na Tabela 6, foram relacionadas as estatísticas e o *ranking* para determinar o melhor arranjo dos dados na estimativa da altura onde o diâmetro tem 24 cm.

TABELA 6 - Resultado das estatísticas *viés* (*v*), média das diferenças absolutas (*md*) e desvio padrão das diferenças (*dpd*) e o *ranking* para a estimativa da altura onde ocorre o diâmetro de 24 cm.

Critérios de estratificação	<i>viés</i>	<i>md</i>	<i>dpd</i>	total
s/ estratificação	0,2780 (4)	0,8501 (5)	1,0609 (5)	14
Classes <i>dap</i>	0,0868 (2)	0,8301 (4)	0,9834 (4)	10
Classes $K_{0,3h}$	0,4645 (5)	0,7492 (3)	0,7986 (2)	10
Classes $K_{0,5h}$	0,1330 (3)	0,5967 (2)	0,8221 (3)	08
Classes $K_{0,7h}$	0,0012 (1)	0,4899 (1)	0,6696 (1)	03

O *ranking* indicou que a separação das árvores por classe de quociente de forma a 70% ($K_{0,7h}$) apresentou o melhor resultado seguido do quociente de forma a 50% ($K_{0,5h}$).

A classe de $K_{0,3h}$ tem resultado semelhante à estratificação a partir de classes de *dap*. Isso pode ser explicado pelo fato de ser essa classe de quociente de forma obtida pela razão entre um diâmetro localizado em uma região mais próxima da base do fuste e o *dap*, ou seja, em relação às outras classes de quociente de forma, esta provém da parte inferior. Com isso, só permite explicar as variações que acontecem até 30% da altura total, chegando a ter o mesmo resultado de uma estratificação empírica, como é a estratificação por classes de *dap*.

A não estratificação dos dados foi o método com a pior performance, de modo similar ao ocorrido anteriormente.

Na Figura 2 são apresentadas as análises gráficas dos resíduos para as estimativas da altura onde se localiza o diâmetro de 24 cm, usando o Polinômio do 5° grau, com os dados ajustados sem serem estratificados e estratificados pelos métodos propostos.

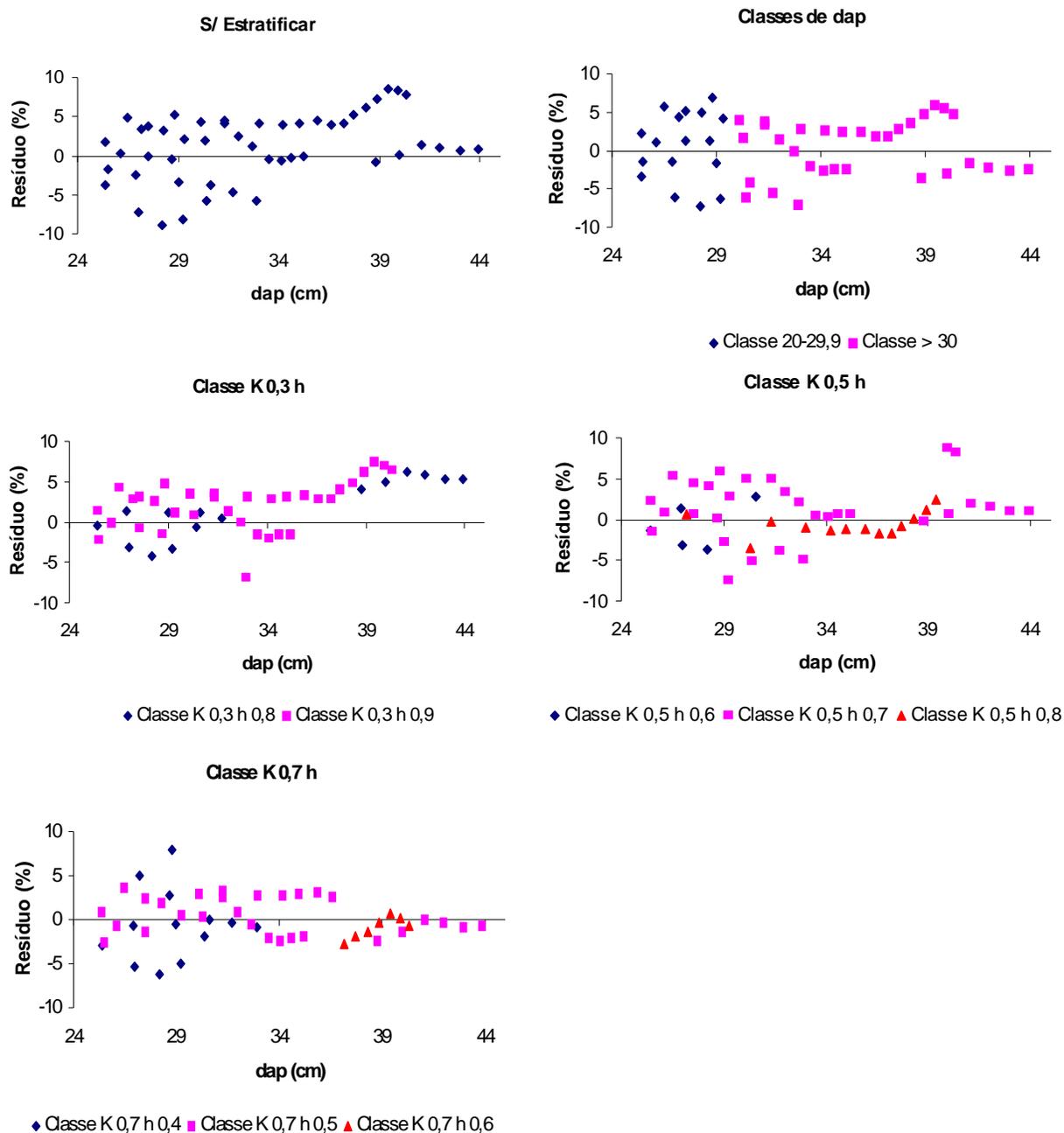


FIGURA 2 - Distribuição dos resíduos da estimativa da altura onde o diâmetro tem 24 cm.

A análise gráfica confirma o observado no *ranking* estabelecido a partir das estatísticas. Foi observada melhor distribuição dos resíduos para as estimativas obtidas com os dados estratificados em classes de quociente de forma a 70% ($K_{0,7h}$),

e também se percebeu que a classe de quociente de forma a 50% ($K_{0,5h}$) tem a distribuição residual inferior ao $K_{0,7h}$, superior, porém, às outras formas de estratificação dos dados para o ajuste do modelo.

Nota-se, ainda, que a separação dos dados em classe de quociente de forma a 30% ($K_{0,3h}$) tem pior resultado do que a estratificação em classes de dap e as demais classes de quociente de forma, com subestimativa para as árvores com os maiores diâmetros.

Essas afirmações são baseadas na amplitude dos valores e tendências das distribuições dos resíduos. Para os dados separados em classes de $K_{0,7h}$, por exemplo, a variação residual foi inferior a $\pm 10\%$, sem tendências. Entretanto, é notório que, de maneira geral, as equações ajustadas por todos os métodos tiveram bom desempenho. O que faz com que a estratificação por quociente de forma a 70% e 50% tenha melhor performance perante os outros métodos de disposição dos dados é a eficiência em controlar as variações para todo conjunto de árvores.

A estratificação a partir de classes de dap é uma forma empírica de controle das variações, visto que essas classes são formadas de forma arbitrária ou de acordo com as dimensões do(s) produto(s) a que se destinam as toras. Por outro lado, os quocientes de forma são obtidos pela razão entre dois diâmetros do fuste e, por isso, tendem a representar melhor a forma deste.

3.3.2 Estatísticas e gráficos dos resíduos para a estimativa da altura onde se encontra o diâmetro de 18 cm

Na Tabela 7, encontram-se os valores das estatísticas e o *ranking* empregados na ordenação do melhor método de arranjo dos dados para estimativa da altura onde o diâmetro tem 18 cm.

TABELA 7 - Estatísticas *viés*, média das diferenças absolutas (md) e desvio padrão das diferenças (dpd) e o *ranking* para a estimativa da altura onde ocorre o diâmetro de 18 cm.

Critérios de estratificação	<i>viés</i>	md	dpd	total
s/ estratificação	0,0071(1)	0,7437(5)	1,0142 (5)	11
Classes dap	0,0564 (4)	0,6990(4)	0,9257 (4)	12
Classes $K_{0,3h}$	0,0979 (5)	0,5740(2)	0,8045 (3)	10
Classes $K_{0,5h}$	0,0287 (3)	0,5773(3)	0,7845 (2)	08
Classes $K_{0,7h}$	-0,0114(2)	0,4247(1)	0,5316 (1)	04

Mais uma vez, as estatísticas apontam $K_{0,7h}$ como a forma de estratificação mais eficiente. Também de maneira similar, $K_{0,5h}$ foi a segunda melhor, sendo esses dois métodos de estratificação dos dados superiores em relação aos demais.

A separação por classe de $K_{0,3h}$ aparece como o melhor método de estratificação dos dados depois do $K_{0,7h}$ e do $K_{0,5h}$. E o ajuste com os dados não estratificados e em classes de dap apresentou desempenhos inferiores aos demais. Com isso, percebe-se que, para estimativas em pontos mais distantes da base do fuste, que é onde se encontram as maiores deformações, a separação dos dados a partir de classes de dap não traz efeitos, sendo inferior até mesmo aos dados não estratificados.

Estes resultados, aliados aos encontrados na estimativa do perfil do fuste e da altura onde o diâmetro tem 24 cm, dão um forte indicativo de que a estratificação dos dados a partir de pontos superiores do fuste é mais eficiente. A resposta para isso encontra-se justamente no fato de as partes superiores das árvores terem as formas mais definidas, ao contrário do que acontece na porção inferior.

Além disso, o fato de pertencer à mesma classe de dap não assegura que dois fustes diferentes tenham a mesma forma. Isso pode ser confirmado na Tabela 1 do capítulo 1. Em contrapartida, pertencer à mesma classe de quociente de forma mostra que, independentemente de suas dimensões, a razão di/dap é a mesma, indicando semelhança na forma dos fustes. Isso explica a maior eficiência da estratificação por classes de K.

Em estudo do desempenho de modelos de afilamento para estimativa de volume de toras em diferentes partes do fuste com dados de *Eucalyptus* sp. provenientes de Caravelas – BA, Souza et al. (2008) concluíram que os valores estimados para as toras das partes superiores foram mais acurados do que as estimativas na região entre o ponto de corte das árvores e 10% da altura total.

A Figura 3 apresenta as análises gráficas dos resíduos da estimativa da altura do fuste onde ocorre o diâmetro de 18 cm.

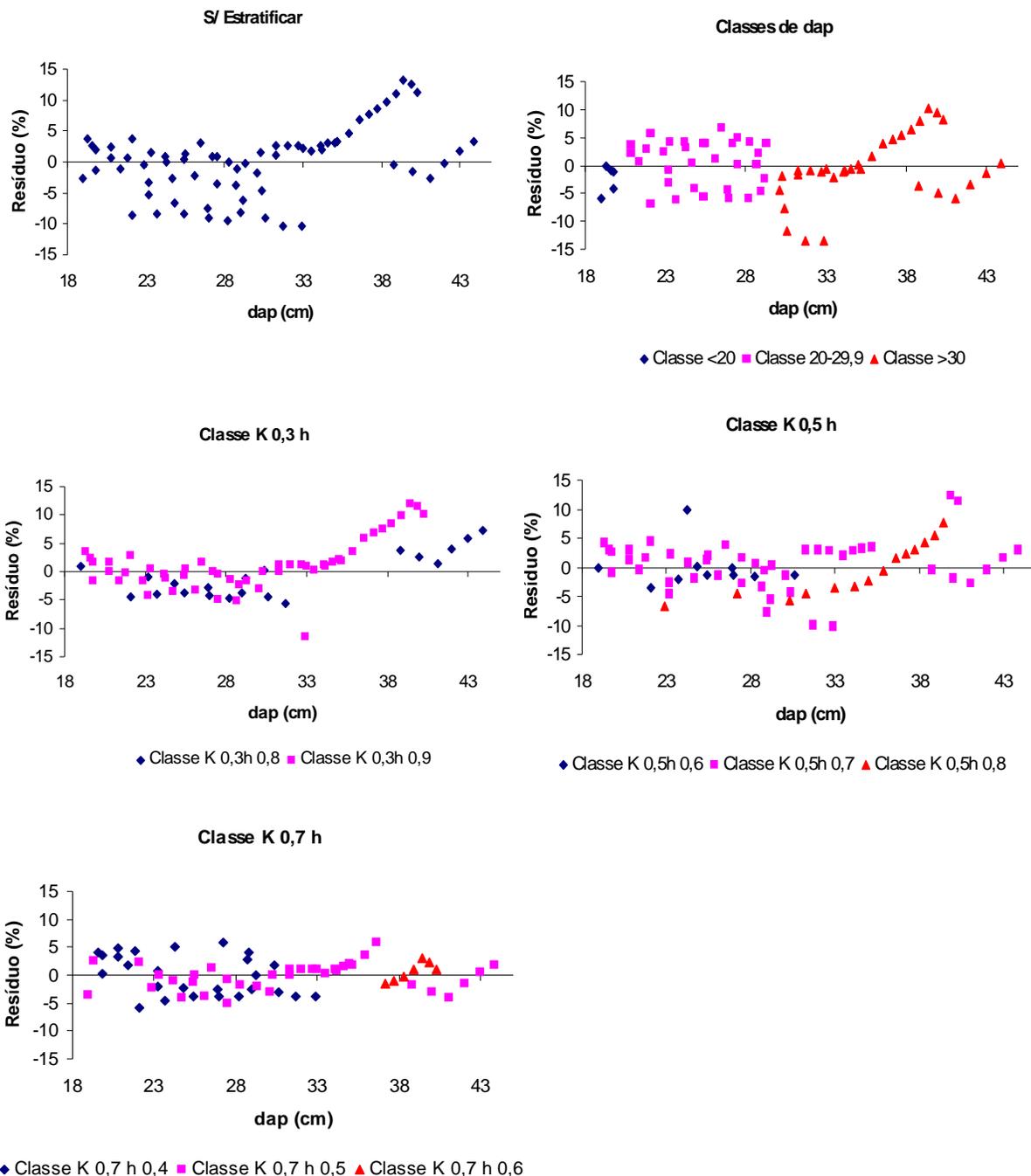


FIGURA 3 - Distribuição dos resíduos da estimativa da altura onde o diâmetro tem 18 cm.

Os gráficos confirmaram mais uma vez o observado nas estatísticas. De forma geral, houve uma melhor distribuição dos resíduos para as classes de $K_{0,7h}$, com os resíduos bem distribuídos e com amplitude inferior a $\pm 10\%$.

Na classe de $K_{0,5h}$, também houve boa distribuição residual, semelhante à classe de $K_{0,7h}$. A classe de $K_{0,3h}$ mostrou boa distribuição dos resíduos, semelhante

às demais classes de quociente de forma, porém com tendência em subestimar para as árvores com dap > 35 cm.

Quando se trata das classes de dap, percebeu-se uma distribuição próxima do ideal para as árvores com dap < 30 cm, com os valores dos resíduos baixos e sem tendência. No entanto, acima desse diâmetro, há maior amplitude nos valores residuais. Pela análise dos resíduos, o ajuste com os dados não estratificados mostrou ser o de pior desempenho, tendendo a superestimar para as árvores com dap < 30 cm, confirmando que os melhores resultados são observados quando se estratificam os dados por classes de quociente de forma.

3.3.3 Estatísticas e gráficos dos resíduos para a estimativa da altura onde se encontra o diâmetro de 8 cm.

Na Tabela 8, estão as estatísticas e o *ranking* usados para determinação do melhor método de arranjo dos dados para ajustar o modelo de afilamento para estimativa da altura no diâmetro de 8 cm.

TABELA 8 - Resultado das estatísticas *viés*, média das diferenças absolutas (md) e desvio padrão das diferenças (dpd) e o *ranking* para a estimativa da altura onde ocorre o diâmetro de 8 cm.

Critérios de estratificação	<i>viés</i>	md	dpd	total
s/ estratificação	0,0392 (2)	0,3920 (5)	0,4830 (4)	10
Classes dap	0,0997 (4)	0,3830 (4)	0,4789 (3)	09
Classes $K_{0,3h}$	0,0927 (3)	0,3254 (2)	0,4115 (5)	11
Classes $K_{0,5h}$	0,1077 (5)	0,3245 (3)	0,3986 (2)	08
Classes $K_{0,7h}$	0,0018 (1)	0,2946 (1)	0,3743 (1)	07

Os resultados encontrados para estas estimativas não diferem das anteriores no que se refere aos desempenhos dos métodos de estratificação por classes de quociente de forma a 70% e 50%. O que se observa de diferente é que há maior semelhança nos desempenhos das equações ajustadas pelos diferentes métodos testados, como pode ser visto no *ranking*, em que os resultados estão todos próximos entre si.

As estatísticas indicam a classe de $K_{0,7h}$ superior na busca de ganho de precisão para as estimativas. A classe de $K_{0,5h}$ foi aquela com desempenho subsequente, com a estratificação por classes de dap em terceiro lugar. Neste ponto

do fuste, os dados sem estratificação para o ajuste mostram-se melhores do que os separados em classe de $K_{0,3h}$.

Tudo isso sugere que as estimativas em partes superiores do fuste, por serem menos sujeitas às deformidades, exigem menor rigor quanto à disposição dos dados, chegando a se ter mais precisão não estratificando os dados do que estratificando pelo $K_{0,3h}$.

Por isso, com o aumento da altura a ser estimada, há maior proximidade em relação ao desempenho dos métodos testados, sendo que nem mesmo os menos precisos foram tão discrepantes em relação aos melhores.

A Figura 4 traz as análises dos resíduos da estimativa da altura do fuste onde ocorre o diâmetro de 8 cm.

A semelhança encontrada entre os métodos usados para dispor os dados, vista a partir das estatísticas, pode ser confirmada pela análise dos resíduos. O melhor resultado, apontado pelas estatísticas e confirmado pelos gráficos para a classe de $K_{0,7h}$, deve-se ao fato de os resíduos estarem muito bem distribuídos principalmente até onde o dap é menor do que 35 cm.

A classe de $K_{0,5h}$ teve desempenho semelhante à classe de $K_{0,7h}$, tendo apresentado leve superestimativa dos valores para as árvores com dap entre 20 e 25 cm.

Com os dados estratificados em classes de dap, a diferença entre os demais métodos, à exceção da classe de $K_{0,7h}$, está no fato de que houve subestimativa para as árvores com $20 \text{ cm} < \text{dap} < 25 \text{ cm}$.

Os resultados nesta parte do fuste melhoraram para todos os métodos testados em relação às estimativas para a altura onde o diâmetro tem 18 e 24 cm. Em nenhum dos casos os erros foram superiores a $\pm 15\%$, o que é desejável, confirmando que, quanto mais afastadas das partes com mais deformidade, melhores ficam as estimativas, até mesmo sem maiores controles da variação, como é o caso do ajuste sem estratificar os dados.

Com isso, todas as formas de estratificação do fuste mostraram de maneira geral que trazem controle das variações dos dados e conseqüente ganho de precisão nas equações ajustadas a partir do polinômio do 5° grau.

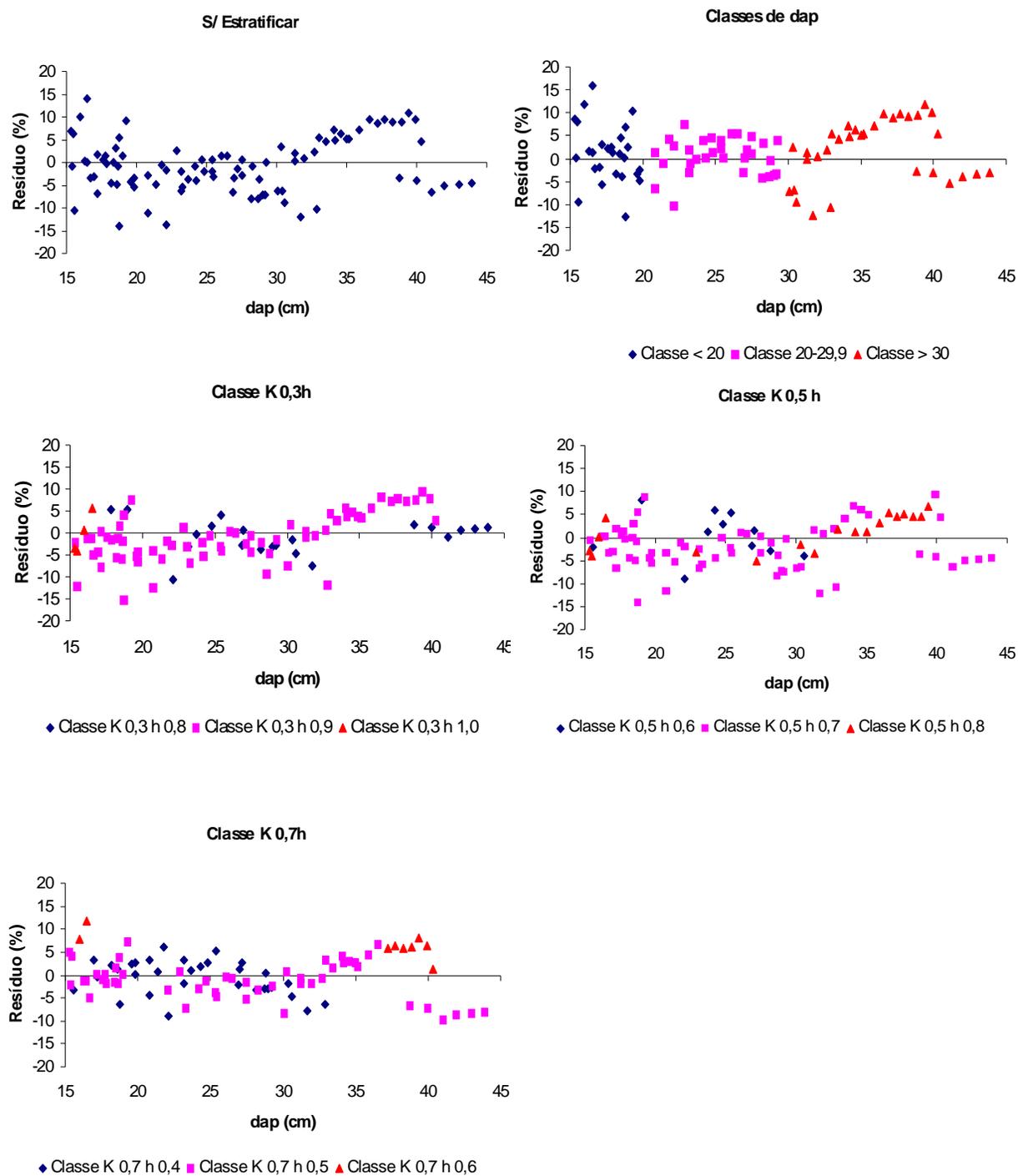


FIGURA 4 - Distribuição dos resíduos da estimativa da altura onde o diâmetro tem 8 cm.

Tais resultados são explicados pelo fato de que, como já observado por vários pesquisadores e já dito anteriormente, as árvores possuem mudanças de forma nos fustes ao longo de seu crescimento, portanto, ser classificada na mesma classe de dap não garante que possuam mesma forma.

Estudando a distribuição dos incrementos em área basal ao longo do fuste de árvores dominantes e médias, em talhões desbastados de *Pinus taeda*, Andrade et al. (2007) concluíram que árvores que crescem espaçadas apresentam maior incremento anual nas porções inferiores do tronco. Sob efeito da competição decorrente do crescimento e aumento da idade das árvores, ocorre o deslocamento dos máximos de incremento para posições mais altas do tronco a aproximadamente 50% da altura total da árvore, voltando o incremento a diminuir em alturas superiores. Após a redução da competição entre as árvores com a execução do desbaste, os maiores incrementos voltam a ocorrer nas porções inferiores do fuste, levando-o a uma forma mais cônica.

A confirmação das afirmativas sobre as diferentes formas encontradas nos fustes explica o fato de a estratificação baseada em quocientes de forma ser mais eficiente.

3.4 Validações das equações

De acordo com os resultados que indicaram a estratificação dos dados a partir da classe de quociente de forma a 70% ($K_{0,7h}$) como o melhor método para dispor os dados para os ajustes, foram feitas estimativas dos perfis dos fustes de árvores que não fizeram parte dos bancos de dados usados para ajustar o Polinômio do 5º grau, com as equações geradas para as classes de $K_{0,7h}$.

Os resultados encontram-se na Figura 5. Notam-se as boas estimativas proporcionadas pelas três equações $K_{0,7h0,4}$; $K_{0,7h0,5}$ e $K_{0,7h0,6}$. À exceção de alguns pontos, os resíduos se concentraram entre $\pm 30\%$, sem tendências.

Esse é um resultado satisfatório, pelo fato de assegurar os bons desempenhos das equações, o que dá maior garantia ao se afirmar que esse método de controle das variações que ocorrem no fuste é eficiente.

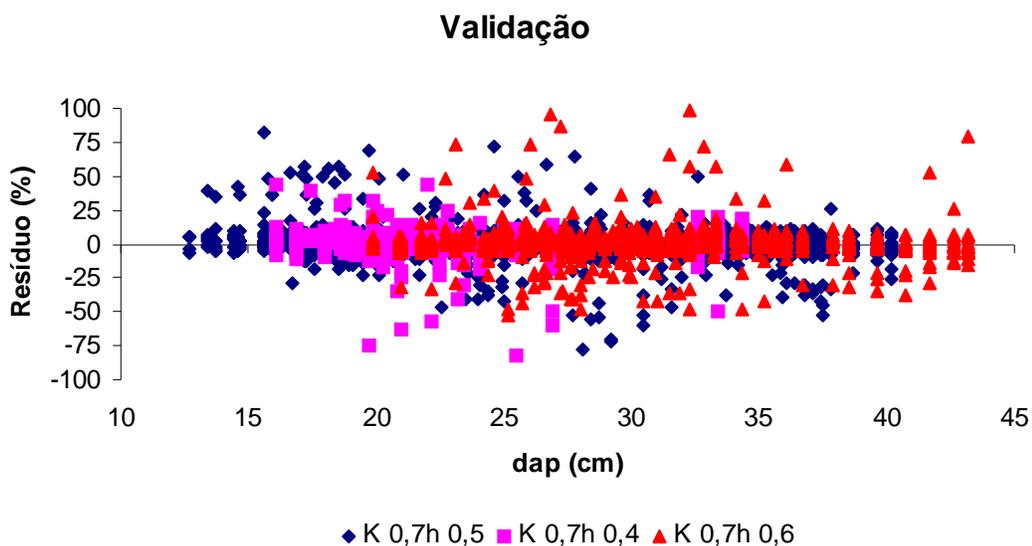


FIGURA 5 - Distribuição dos resíduos das estimativas dos perfis dos fustes com as equações ajustadas com os dados estratificados pela classe de $K_{0,7h}$.

A Figura 6 tem o intuito de confirmar as boas estimativas obtidas a partir das equações. Plotando-se os valores dos diâmetros ao longo dos fustes que foram observados, com os resultados estimados, percebe-se que os desempenhos das equações estão dentro do que se deseja, de modo que essa plotagem gera retas com inclinações próximas a 45° , indicando assim os bons resultados.

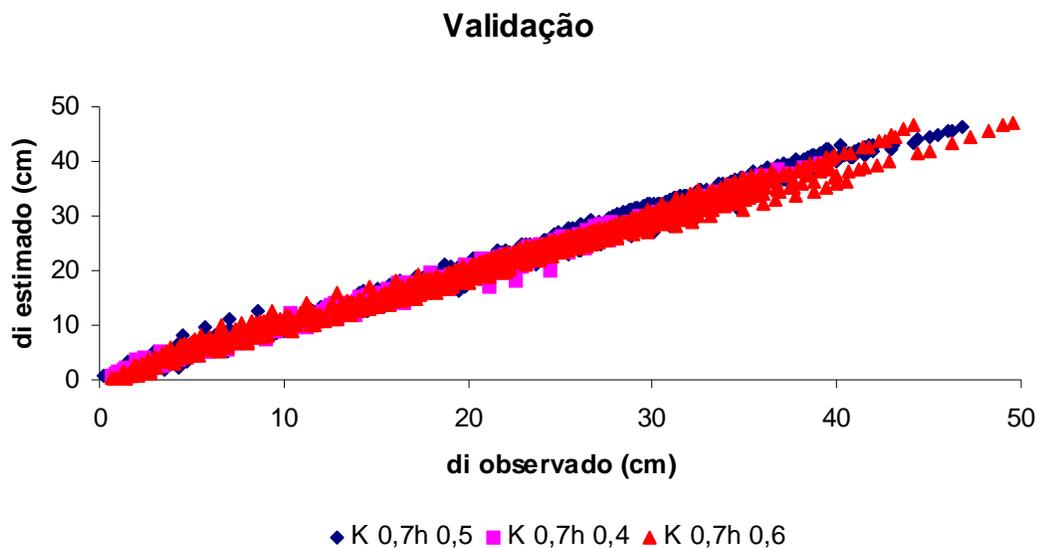


FIGURA 6 – Valores de diâmetros observados x valores de diâmetros ajustados com os dados estratificados pela classe de $K_{0,7h}$.

3.5 Modelagem do diâmetro a 70% da altura total ($d_{0,7h}$)

Diante dos resultados que indicaram as classes de quociente de forma a 70% da altura total como o melhor método de estratificação dos dados, recorreu-se ao procedimento *stepwise* visando à obtenção de um modelo que possibilitasse estimar esses diâmetros. Isso permite maior operacionalização dos inventários, visto que medir este diâmetro em todas as árvores amostradas, que por sinal encontram-se em posições superiores no fuste, demanda maior trabalho e conseqüentemente maior custo.

A modelagem a partir das variáveis altura e diâmetro, na sua forma aritmética, quadrática, cúbica, logarítmica, inversa e raiz quadrada resultaram no modelo linear $d_{0,7h} = \beta_0 + \beta_1.h + \beta_2.dap^2 + \varepsilon_i$, (7) caracterizado na Tabela 9.

O modelo apresenta bom ajuste e os coeficientes significativos ao nível de significância de 1% ($p \leq 0,01$). O coeficiente de determinação explica mais de 91% da variação total e o coeficiente de variação foi baixo, com valor percentual de 5,9%.

TABELA 9 - Parâmetros e estatísticas da equação ajustada para estimar $d_{0,7h}$.

Estimativas dos Parâmetros					
Coeficientes	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	R ² (%)	CV (%)
	1,7009	0,2843	0,0061	91,8	5,9

Apesar do bom resultado encontrado pelo modelo obtido através do procedimento *stepwise*, é sempre interessante, para tais estimativas, confrontar os resultados com outro método. Portanto, a Tabela 10 apresenta os valores das estatísticas usadas para comparar tal modelo com o polinômio do 5° grau.

Analisando as estatísticas, percebe-se que o modelo obtido pelo procedimento *stepwise* foi o mais eficiente para as estimativas propostas, com melhores resultados em todos os casos, apesar da proximidade entre os valores. No entanto, apesar de tais resultados, um modelo empírico como este sempre deve ser visto como uma alternativa para este tipo de estimativa, pois apresenta a desvantagem de ser restrito às condições em que foram realizados estes estudos, diferente dos modelos de afilamento, que possuem suas bases teóricas já fundamentadas.

TABELA 10 - Resultado das estatísticas *viés*, média das diferenças absolutas (*md*) e desvio padrão das diferenças (*dpd*) e o *ranking* para a estimativa do $d_{0,7h}$.

Critérios de estratificação	<i>viés</i>	<i>md</i>	<i>dpd</i>	total
$d_{0,7h}$	0,1050 (1)	0,8991 (1)	1,2191 (1)	03
pol.do 5° grau	0,1267 (2)	1,2507 (2)	1,6217 (2)	06

A análise dos resíduos das estimativas dos diâmetros a 70% da altura total apresentado na Figura 7 mostra os bons ajustes, tanto do modelo empírico quanto do modelo de afilamento. A magnitude dos erros encontra-se em uma amplitude aceitável para o tipo de estimativa e variabilidade encontrada neste tipo de dados, tanto para a relação dos resíduos com o *dap* quanto para a relação dos resíduos com a altura total das árvores.

É possível notar a melhor eficiência do modelo empírico, pois seus resíduos estão distribuídos sem tendência e baixa amplitude de dispersão. Em relação aos modelos de afilamento, nota-se uma leve subestimativa para as árvores com *dap* > 30 cm. Mas, apesar disso, de modo geral os desempenhos dos dois tipos de modelos foram parecidos, com essa leve superioridade para o modelo empírico.

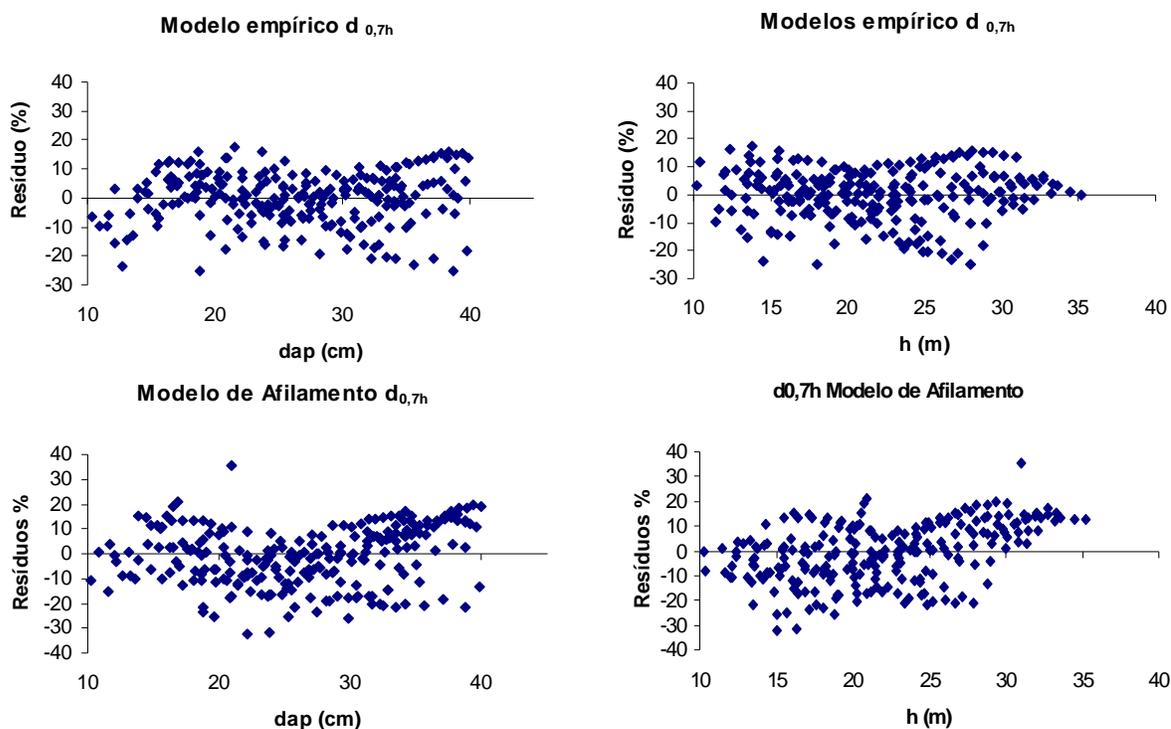


FIGURA 7 - Distribuição dos resíduos da estimativa do $d_{0,7h}$ a partir do modelo empírico e pelo modelo de afilamento.

4 CONCLUSÕES

De acordo com as condições em que este estudo foi realizado, pode-se concluir que:

- A estratificação dos dados aumentou a eficiência, permitindo que a acurácia do modelo melhore para as estimativas propostas;
- Para a estimativa do perfil do fuste, a classe de $K_{0,7h}$ foi a que permitiu a obtenção do melhor resultado. As demais classes de K e as classes de dap tiveram o resultado semelhante, e os dados não estratificados foi o método que proporcionou menor precisão;
- Os resultados para estimativa da altura, onde o diâmetro tem 24 cm, mostraram que a estratificação dos dados com a classe de $K_{0,7h}$ foi a de melhor desempenho, com a classe de $K_{0,5h}$, tendo alcançado o segundo melhor resultado. A classe de $K_{0,3h}$ e as classes de dap foram iguais em termos de eficiência, menos precisas do que as demais classes de K e melhores do que os dados sem estratificação;
- Em relação à estimativa da altura em que o diâmetro é igual a 18 cm, os resultados são semelhantes aos observados onde o diâmetro tem 24 cm. A diferença maior foi que a classe de dap foi o método que proporcionou a menor precisão;
- Para a estimativa da altura a 8 cm de diâmetro, os métodos testados para dispor os dados tiveram desempenhos menos discrepantes entre si. A estratificação a partir da classe de $K_{0,7h}$ teve o melhor resultado;
- A modelagem do diâmetro a 70% da altura pelo procedimento *stepwise* apresentou bom ajuste e precisão, com desempenho superior ao do modelo de afilamento, podendo ser utilizado para estimativa do diâmetro neste ponto do fuste.

5 BIBLIOGRAFIA

ANDRADE, C. M. et al. Variação do incremento anual ao longo do fuste de *pinus taeda* L. em diferentes idades e densidades populacionais. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 17, n. 3, p. 239-246, 2007.

ASSIS, A. L. **Avaliação de modelos polinomiais segmentados e não segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda***. 2000. 198 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras.

EMBRAPA. Centro Nacional de Pesquisa de Solos. **Sistema brasileiro de classificação de solos**. Brasília: Embrapa – SPI; Rio de Janeiro: Embrapa – Solos, 2006. 306 p.

FERREIRA, S. O. **Estudo da forma do fuste de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus cloeziana***. 1999. 112 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras.

FIGUEIREDO FILHO, A. et al. Taper equations for *Pinus taeda* in Southern Brasil. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 83, p. 39-46, 1996.

FIGUEIREDO, E. O. et al. Seleção de modelos polinomiais para representar o perfil e volume do fuste de *Tectona grandis* L. f. **Acta Amazônica**, vol. 36, n. 4, 2006.

FISCHER, F. et al. Exatidão dos modelos polinomiais não-segmentados e das razões entre volumes para representar o perfil do fuste de *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, v. 11, n. 1, 2001.

MÜLLER, I. **Forma de fuste e sortimentos de madeira para *eucalyptus grandis* hill ex maiden., manejado em alto fuste, na região sudeste do estado do Rio Grande do Sul**. 2004. 165 f. (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria.

QUEIROZ, D. et al. Avaliação e validação de funções de afilamento para *Mimosa scabrella* Bentham em povoamentos da região metropolitana de Curitiba/PR. **Floresta**, Curitiba, v. 36, n. 2, 2006.

SCHNEIDER, P. R. et al. **Análise de regressão aplicada à engenharia florestal**. FACOS-UFSM, Santa Maria: 2009. 294 p.

SCHNEIDER, P. R. et al. Forma de fuste e sortimentos de madeira de *Eucalyptus grandis* maiden para o estado do rio grande do sul. **Ciência Florestal**, v. 6, n.1, 1996.

SCOLFORO, J. R. S. et al. Acuracidade de equações de afilamento para representar o perfil de *Pinus elliotii*. **Revista Cerne**, Lavras. v. 4, n. 1, p. 100-122, 1998.

SOUZA, C. A. M. et al. Avaliação de modelos de afileamento segmentados na estimação da altura e volume comercial de fustes de *Eucalyptus* sp. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v. 32, n. 3, p. 453-463, 2008 a.

SOUZA, C. A. M. et al. Avaliação de modelos de afileamento não-segmentados na estimação da altura e volume comercial de *Eucalyptus* sp. **Ciência Florestal**, v. 18, n. 3, 2008 b.

CAPÍTULO 3

EFICIÊNCIA DE UM MODELO DE AFILAMENTO AJUSTADO SEM E COM ESTRATIFICAÇÃO POR CLASSE DE QUOCIENTE DE FORMA PARA SORTIMENTO DE *Pinus taeda* L.

RESUMO

Uma das grandes dificuldades do manejo florestal reside na inexistência de tabelas de sortimento apropriadas, que possibilitem determinações rápidas do estoque de madeira para diferentes tipos de aproveitamento. Devido a isso, muitas pesquisas têm sido realizadas com o objetivo de descrever, de forma otimizada, a classificação dos fustes segundo sua qualidade, dimensões e possibilidades de utilização, garantindo, além da classificação física, uma melhor remuneração da madeira. Deste modo, o objetivo deste trabalho foi comparar a eficiência na estimativa do volume total do polinômio do 5º grau ajustado sem e com estratificação dos dados e construir uma tabela de sortimentos para *Pinus taeda* L., utilizando o modelo ajustado com o melhor método. Os dados para o presente trabalho foram medidos em povoamentos de *Pinus taeda* L, localizados na Klabin S.A., em Telêmaco Borba-PR. As árvores amostradas neste estudo cresceram em povoamento manejado para serraria, com dois desbastes e corte raso, plantadas em espaçamento de 2,50 x 2,50 m. A estratificação dos dados a partir da classe de quociente de forma a 70% da altura trouxe ganho às estimativas. O aproveitamento dos fustes de um modo geral foi bom, e, obviamente, na medida em que as toras apresentam maiores dimensões, existe a possibilidade da retirada de mais sortimentos e conseqüentemente há menos resíduos. Para os maiores fustes, o resíduo chega a ser menor do 1%. Além disso, o volume que foi estimado a partir das integrais das equações de afilamento apresentou valores residuais pequenos e sem tendências, comprovando assim que as equações ajustadas com os dados estratificados por classes de $K_{0,7h}$ são aptas para a aplicação.

Palavras-chave: manejo florestal, volume de madeira, otimização, aproveitamento, resíduo.

CHAPTER 3
**EFFICIENCY OF A TAPER MODEL ADJUSTED WITH AND WITHOUT
STRATIFICATION BY CLASS OF QUOTIENT FORM FOR ASSORTMENT OF
Pinus taeda L.**

ABSTRACT

One of the main difficulties in forest management is the absence of appropriate assortment tables that provide fast determination of wood stock to different kinds of utilization. Due to this, many researches have focused on describing stem classification according to its quality, dimensions and possibilities of utilization, enabling the physical classification as well as better price for wood. Therefore, the objective was to compare the efficiency in estimating the total volume of the polynomial of the 5th grade set with and without stratification of the data and build a table of assortments for *Pinus taeda* L. using the adjusted model with the best method. The data were measured in stands of *Pinus taeda* L from Klabin S.A. in Telêmaco Borba-PR. The sample trees grew up in a stand managed to sawmill, with two thinnings and coppicing. Plantation of 1.600 trees/ha and spacing of 2,50 x 2,50 m. Stratification of the data from the class of quotient to 70% of the gain brought the estimates. Overall, stem utilization was good and, obviously, the bigger the log dimensions, more assortments can be obtained and, consequently, there are fewer residues. In the biggest stems, the residue is lower than 1%. Besides this, the estimated volume based on the integral of the taper equations presented low residual values without tendencies, proving that equations adjusted with stratified data in classes of $K_{0,7h}$ are appropriate to such studies.

Key words: forest management, wood volume, optimization, utilization, residue.

1 INTRODUÇÃO

No Brasil, a maior parte dos produtos advindos de florestas é oriunda de plantios com espécies dos gêneros *Pinus* e *Eucalyptus*, o que, dentre outras, apresenta a vantagem de diminuir a pressão que é imposta sobre as florestas naturais, principalmente a amazônica. Estas florestas, normalmente, estão vinculadas a empreendimentos empresariais, nos quais a tônica do negócio e a agregação de renda são cada vez maiores (SOUZA et al., 2008 a).

As empresas produtoras de matéria-prima florestal possuem, como um dos seus principais objetivos, a obtenção de algum tipo de retorno econômico a partir dos plantios que realizam. Esse retorno econômico procura ser o maior possível, a despeito das limitações impostas pela qualidade da matéria-prima, preços, mercados, localização geográfica e transporte, dentre diversos outros fatores.

Uma característica comum deste tipo de plantios florestais comerciais é que a demanda geralmente se concentra em um determinado tipo de produto para abastecer uma indústria, como madeira para laminação, serraria, processo (elaboração de pasta celulósica e papel), energia etc. Porém, em geral, as florestas produzem uma variedade bem grande de produtos para os quais nem sempre existe uma demanda localizada de maneira próxima, que outorgue algum tipo de valor a estes produtos (ARCE, 2004).

Chichorro et al. (2000) enfatizam que os desperdícios causados pelos atuais processos de transformação têm induzido à pesquisa e ao desenvolvimento de modelos estatísticos aplicados ao manejo de florestas, que auxiliem na definição de uso dessas madeiras e de transformação em produto final, com o intuito de torná-las mais rentáveis.

Além disso, segundo Schneider et al. (1996), uma das grandes dificuldades do manejo florestal e, em especial, da avaliação econômica de povoamentos florestais, reside na inexistência de tabelas de sortimento apropriadas, que possibilitem determinações rápidas do estoque de madeira para diferentes tipos de aproveitamento. Devido a isso, muitas pesquisas têm sido realizadas com o objetivo de descrever, de forma otimizada, a classificação dos fustes segundo sua qualidade, dimensões e possibilidades de utilização, garantindo, além da classificação física, uma melhor remuneração da madeira.

Portanto, as funções de forma ou de afilamento são uma excelente opção para quantificação dos sortimentos dos povoamentos florestais. A gama de informações que propiciam tem levado ao desenvolvimento de diferentes técnicas de modelagem do perfil dos fustes das espécies florestais. Mas mesmo com a quantidade de estudos referentes a este assunto, sempre existe a possibilidade de se melhorar a eficiência de tais funções (SOUZA et al., 2008 b).

Diante do exposto, o objetivo deste trabalho foi comparar a eficiência para estimativa do volume total usando polinômio do 5° grau ajustado sem e com estratificação dos dados e construir uma tabela de sortimentos para *Pinus taeda* L., utilizando o modelo ajustado com o melhor método.

2.2 Características do povoamento

As árvores amostradas neste estudo cresceram em povoamento manejado para serraria, com dois desbastes e corte raso aos 30 anos. O plantio é de 1.600 árvores/ha, e o espaçamento é de 2,50 x 2,50 m. O primeiro desbaste sistemático da sexta linha e seletivo permanecendo 675 árvores/ha foi realizado aos 9 anos de idade. O segundo desbaste, do tipo seletivo, foi realizado aos 14 anos permanecendo 275 árvores/ha.

2.3 Informações coletadas

Quarenta árvores foram abatidas e cubadas pelo Método de Smalian, nas posições de: 0,10; 0,30; 0,80; 1,30; e aproximadamente de 1 em 1 m até a altura total. A partir destas árvores foram feitas as reconstituições dos crescimentos por análise de tronco, o que gerou um banco de dados de 649 árvores com as idades variando de 8 a 30 anos, de onde foram selecionados 96 como mostra a Tabela 1.

TABELA 1 – Distribuição de frequência das árvores-amostra por diâmetro e altura.

Altura (m)	Classes de diâmetro (cm)							Total
	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	
12	1	2						3
14	1	9	1					11
16	2	7	5	1				15
18	1	4	2	2				9
20		5	4	4				13
22			2	3	4			9
24			1	5	3	2		11
26				2	2	2		6
28					2	3		5
30					3	2		5
32					1	3	1	5
34							3	3
36							1	1
Total	5	27	15	17	15	12	5	96

2.4 Métodos de estratificação dos dados para estimativa dos volumes

A fim de se obter os volumes dos sortimentos de madeira de cada classe estabelecida com o maior grau de precisão possível, foi feita a comparação entre o polinômio do 5º grau ajustado com os dados não estratificados e estratificados em

classes de quociente de forma (K) para estimativa dos volumes totais das árvores-amostras.

As classes de quociente de forma foram obtidas a partir da razão entre o diâmetro tomado a 70% da altura total ($d_{0,7h}$) e o dap. O motivo para o uso do diâmetro a 70% da altura total está de acordo com o que foi encontrado no Capítulo 2 deste trabalho.

As razões entre o $d_{0,7h}$ e o dap resultaram em valores iguais a 0,4 a 0,5 e 0,6, determinando a formação de três classes dentro da classe de quociente de forma testada. Com isso, o polinômio do 5º grau foi ajustado considerando cada quociente de forma contendo três classes.

Desse modo, quando uma árvore apresentou a razão entre o $d_{0,7h}$ e o dap igual a 0,4, a estimativa de seu volume foi feita com a equação da classe $K_{0,7h\ 0,4}$; quando essa razão foi igual a 0,5, a estimativa foi feita com a equação da classe $K_{0,7h\ 0,5}$, e assim por diante.

2.5 Avaliação dos métodos testados

Os resultados foram avaliados utilizando-se as estatísticas descritas na Tabela 2.

TABELA 2 - Critérios para avaliação do ajuste e validação dos modelos.

Critério	Estimador
Viés (v)	$V = \frac{\sum Y_{ij} - \sum \hat{Y}_{ij}}{n}; (1)$
Média das diferenças absolutas (md)	$MD = \frac{\sum Y_{ij} - \hat{Y}_{ij} }{n}; (2)$
Desvio-padrão das diferenças (dpd)	$DPD = \sqrt{\frac{\left(\sum_{i=1}^n d_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n d_i \right)^2 / n \right)}{n - p}}; (3)$

em que: Y_i = valor observado e \hat{Y}_i = valor estimado; n = número de observações; e p = número de parâmetros de cada modelo $d_i = \left(Y_{ij} - \hat{Y}_{ij} \right)$.

Considerando cada uma das estatísticas testadas, foi atribuída nota 1 para o método que apresentou melhor acurácia e nota 2 para o menos acurado. O melhor método foi aquele que apresentou o menor valor no somatório das notas de cada estatística. O coeficiente de determinação e o coeficiente de variação foram utilizados para determinar a precisão das equações.

Além disso, com o propósito de auxiliar na interpretação dos resultados, foi feita a análise gráfica dos resíduos que foram calculados a partir da seguinte expressão:

$$Erro (\%) = \frac{Y_i - \hat{Y}_i}{Y_i} 100; (4)$$

2.6 Sortimentos de madeira

O procedimento para obtenção dos sortimentos parte da integração do polinômio do 5º grau ajustado com os dados dispostos de acordo com o que foi apontado pelas estatísticas da Tabela 1, que é expresso por:

$$Y = b_0 + b_1.X + b_2.X^2 + b_3.X^3 + b_4.X^4 + b_5.X^5; (5)$$

Sendo que: $Y = d_i/d =$ diâmetros relativos; $X = h_i/h =$ alturas relativas; $d =$ diâmetro à altura do peito (1,30 m), em centímetros; $d_i =$ diâmetro a uma altura relativa h_i , em centímetros; $h =$ altura total da árvore, em metros; $h_i =$ altura na posição i , em metros.

Substituindo as variáveis dependente e independente na equação original, obtém-se, desta forma, a nova equação, sendo expressa por:

$$\frac{d_i}{d} = b_0 + b_1 \left(\frac{h_i}{h} \right) + b_2 \left(\frac{h_i}{h} \right)^2 + b_3 \left(\frac{h_i}{h} \right)^3 + b_4 \left(\frac{h_i}{h} \right)^4 + b_5 \left(\frac{h_i}{h} \right)^5$$

Isolando-se d_i na equação, tem-se que:

$$d_i = b_0.d + b_1.d \left(\frac{h_i}{h} \right) + b_2.d \left(\frac{h_i}{h} \right)^2 + b_3.d \left(\frac{h_i}{h} \right)^3 + b_4.d \left(\frac{h_i}{h} \right)^4 + b_5.d \left(\frac{h_i}{h} \right)^5$$

E, assim:

$$d_i = b_0.d + \frac{(b_1.d.h_i)}{h} + \frac{(b_2.d.h_i^2)}{h^2} + \frac{(b_3.d.h_i^3)}{h^3} + \frac{(b_4.d.h_i^4)}{h^4} + \frac{(b_5.d.h_i^5)}{h^5}$$

Definindo-se os novos parâmetros da equação, tem-se:

$a_0 = b_0.d$; $a_1 = b_1.(d/h)$; $a_2 = b_2.(d/h^2)$; $a_3 = b_3.(d/h^3)$; $a_4 = b_4.(d/h^4)$; $a_5 = b_5.(d/h^5)$.

Assim, a equação de forma do tronco passa a ser:

$$d_i = a_0 + a_1.h_i + a_2.h_i^2 + a_3.h_i^3 + a_4.h_i^4 + a_5.h_i^5$$

Integrando-se a equação acima entre zero (0) até a altura relativa (h_i), obtém-se o volume absoluto da seguinte forma:

$$v = K \cdot \int_0^{h_i} Y^2 \cdot d_{h_i}$$

Sendo que: $K = (\pi/4)/10000 =$ constante; $Y = d_i =$ equação de forma de tronco redefinida; $h_i =$ altura relativa, correspondente ao comprimento da tora; $v =$ volume, em metros cúbicos.

E, com isso, substituindo-se, na equação acima, a variável Y pela equação de d_i , obtém-se:

$$v = K \cdot \int_0^{h_i} (a_0 + a_1.h_i + a_2.h_i^2 + a_3.h_i^3 + a_4.h_i^4 + a_5.h_i^5)^2 \cdot d_{h_i} ; (6)$$

A solução desta integral é a seguinte:

$$V = K \cdot \left[\begin{aligned} & a_0^2 \cdot h_i + \frac{a_1^2 \cdot h_i^3}{3} + \frac{a_2^2 \cdot h_i^5}{5} + \frac{a_3^2 \cdot h_i^7}{7} + \frac{a_4^2 \cdot h_i^9}{9} + \frac{a_5^2 \cdot h_i^{11}}{11} + \\ & + a_0 \cdot a_1 \cdot h_i^2 + \frac{2 \cdot a_0 \cdot a_2 \cdot h_i^3}{3} + \frac{a_0 \cdot a_3 \cdot h_i^4}{2} + \frac{2 \cdot a_0 \cdot a_4 \cdot h_i^5}{5} + \frac{a_0 \cdot a_5 \cdot h_i^6}{3} + \\ & + \frac{a_1 \cdot a_2 \cdot h_i^4}{2} + \frac{2 \cdot a_1 \cdot a_3 \cdot h_i^5}{5} + \frac{a_1 \cdot a_4 \cdot h_i^6}{3} + \frac{2 \cdot a_1 \cdot a_5 \cdot h_i^7}{7} + \frac{a_2 \cdot a_3 \cdot h_i^6}{3} + \\ & + \frac{2 \cdot a_2 \cdot a_4 \cdot h_i^7}{7} + \frac{a_2 \cdot a_5 \cdot h_i^8}{4} + \frac{a_3 \cdot a_4 \cdot h_i^8}{4} + \frac{2 \cdot a_3 \cdot a_5 \cdot h_i^9}{9} + \frac{a_4 \cdot a_5 \cdot h_i^{10}}{5} \end{aligned} \right]_0^{h_i}$$

Para os cálculos dos volumes dos sortimentos, utiliza-se a integração parcial da função de forma, desde a altura do toco até a altura na ponta mais fina da tora. O volume desses sortimentos é conseguido através da subtração do volume obtido até o final da seção, com o volume obtido até o início da seção, resultando na equação:

$$v_t = K \cdot \left(\int_0^{X_2} Y^2 \cdot d_{x_2} - \int_0^{X_1} Y^2 \cdot d_{x_1} \right)$$

Sendo que: $X_1 =$ altura no início da tora, em metros; $X_2 =$ altura no fim da tora, em metros; $v_t =$ volume da tora, em metros cúbicos; $K = (\pi/4)/10000 =$ constante.

A integração de uma função de forma permite a obtenção de estimativas de volume para todo o tronco ou partes do mesmo, segundo limites diamétricos de utilização ou comprimento de toras.

Os sortimentos de madeira foram classificados e expressos em volume, em m^3 , e em número de peças correspondentes segundo os seguintes critérios da empresa que cedeu os dados:

S1 = Madeira para celulose com diâmetro na ponta fina da tora entre 8 a 17,9 cm com casca e comprimento de 2,65 m;

S2 = Madeira para celulose com diâmetro na ponta fina da tora entre 18 a 23,9 cm com casca e comprimento de 2,65 m;

S3 = Madeira para serraria com diâmetro na ponta fina da tora entre 24 a 29,9 cm com casca e comprimento de 2,65 m;

S4 = Madeira para serraria com diâmetro na ponta fina da tora entre 30 a 39,9 cm com casca e comprimento de 2,65 m;

S5 = Madeira para serraria/laminação com diâmetro na ponta fina da tora maior que 40 cm com casca e comprimento de 2,65 m.

Os diferentes sortimentos estão ilustrados na Figura 2. O diâmetro mínimo, na ponta mais fina da tora, foi de 8 cm com casca, para quantificar o volume total aproveitável da árvore, e igual ou maior que 24 cm com casca, para o volume de toras para serraria.

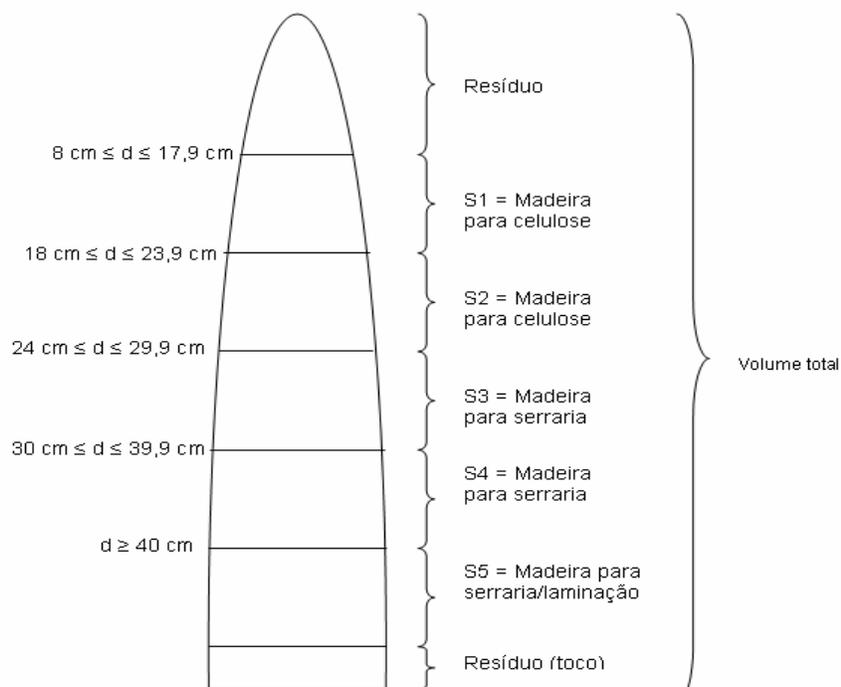


FIGURA 2 - Diferentes sortimentos encontrados na árvore utilizados neste estudo.

As alturas (h_i) foram estimadas por uma equação polinomial tendo como variáveis dependentes as alturas relativas (h_i/h), e como independentes os diâmetros relativos (d_i/d).

Do fuste aproveitável, houve preferência por toras de maior diâmetro, e o restante foi classificado nas classes ligeiramente inferiores. A parte do fuste com diâmetro superior a 8 cm e inferior a 24 cm com casca, juntamente com toda a parte do fuste que não possibilitou a formação de uma tora com os comprimentos de 2,65 m, foi considerado como volume residual.

Ao final deste capítulo, foi feita a validação dos principais modelos usados ao longo deste trabalho para estimativa das variáveis que foram usadas para construção da tabela de sortimentos.

2.7 Determinação dos sortimentos

Os sortimentos foram determinados de acordo com os procedimentos abaixo:

- a) Definição da amplitude do diâmetro para gerar a tabela de sortimento ($d_{\min} = 12,0$ cm e $d_{\max} = 44,0$ cm).
- b) Cálculo da altura total a partir de uma equação obtida pelo procedimento *stepwise* em que: $\ln(h) = -39,4704 + 20,9613 \cdot \ln(d) + 0,0005 \cdot dap^2 + 73,0893 \cdot 1/dap - 2,7278 \cdot \ln(dap)^2$. A partir do valor encontrado, foram obtidos os outros valores da altura total para cada dap. Esse valor de altura foi $h-23\%$ e $h+23\%$, onde h é o valor da altura total. Esses valores das variações para mais e para menos foram determinados ao se analisar as amplitudes das alturas para cada classe de dap, sendo observado que essa variação é da ordem de 46%.
- c) Seleção dos coeficientes das equações de forma do tronco para as classes de quocientes de forma específicas ($K_{0,7h} 0,4$; $K_{0,7h} 0,5$ e $K_{0,7h} 0,6$).
- d) Cálculo das alturas onde se localizam os diâmetros limites dos sortimentos: 40 cm, 30 cm, 24 cm, 18 cm e 8,0 cm.
- f) Cálculo do número de toras priorizando os maiores comprimentos, os volumes dos sortimentos e o resíduo total para cada árvore.

2.8 Validações das estimativas

A validação dos modelos para determinação das variáveis que formam a tabela de sortimento que são altura total (h), diâmetro a 70% da altura total ($d_{0,7h}$) e volume total, foi efetuada com base no teste de Qui-quadrado (χ^2), com um nível de significância (α) de 0,01, utilizando-se a equação:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(Y - \hat{Y})^2}{Y} ; (7)$$

Para essa validação, foram usados dados de 18 árvores abrangendo toda a amplitude de diâmetros que fazem parte do banco de dados deste estudo.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

3.1 Estatísticas das equações ajustadas para estimativa dos volumes dos fustes

Os parâmetros, o coeficiente de determinação (R^2) e o coeficiente de variação CV(%) para o polinômio do 5° grau ajustado com os dados não estratificados e estratificados em classes de quociente de forma estão apresentados na Tabela 3.

Em todas as situações, o coeficiente de determinação e o coeficiente de variação apresentaram valores acima de 98% e abaixo de 6%, respectivamente. Tomando como base essas estatísticas, independentemente do modo como os dados são dispostos para o ajuste das equações, obteve-se boa precisão.

No entanto, estas estatísticas fornecem apenas a magnitude do ajuste, sendo, por isso, necessário analisar esses resultados quanto à dimensão dos resíduos.

TABELA 3 – Estatísticas das equações ajustadas para estimativa dos volumes dos fustes.

Critérios de estratificação	Parâmetros estimados						R^2 (%)	CV(%)
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$		
s/ estratificação	1,1554	-2,7308	11,8784	-26,2512	24,0259	-8,0693	98,5	5,7
K _{0,7h} 0,4	1,1729	-2,9716	12,8409	-29,0849	27,3410	-9,2678	99,0	4,9
K _{0,7h} 0,5	1,1585	-2,7318	12,0225	-26,4724	24,0633	-8,0297	99,0	4,7
K _{0,7h} 0,6	1,1116	-2,2815	10,0144	-21,2078	18,5924	-6,2600	98,5	5,2

Todos os coeficientes são significativos com ($p \leq 0,05$).

3.2 Análise das estatísticas para as estimativas do volume

Na Tabela 4, encontram-se os resultados das estatísticas usadas para a classificação do polinômio do 5° grau, ajustado sem e com estratificação dos dados para estimativa do volume total.

As estimativas, usando o modelo ajustado com os dados sem estratificação, apresentaram resultados satisfatórios, de modo geral sem tendências e com valores próximos dos observados. Contudo, as estatísticas comprovam que a estratificação a partir da classe de quociente de forma trouxe ganho ao modelo ajustado, sendo que este teve resultado superior em relação ao ajuste sem estratificação. No entanto, apesar de tal superioridade, percebe-se que não há diferenças elevadas

entre os valores encontrados, e por isso é possível afirmar que o ajuste do modelo com os dados estratificados traz ganho para as estimativas. Existindo porém, algum fator que impossibilite a não estratificação dos dados, isso não torna o modelo inadequado para as estimativas.

Esses resultados consolidam o que foi observado no Capítulo 2 deste trabalho, a partir do qual se concluiu que a estratificação dos dados a partir de classes de quociente de forma melhora as estimativas. No entanto, no capítulo anterior, os testes foram realizados para diferentes alturas ao longo do fuste.

TABELA 4 - Resultado das estatísticas *viés*, média das diferenças absolutas (*md*) e desvio padrão das diferenças (*dpd*) e o *ranking* para a estimativa dos volumes.

Critérios de estratificação	<i>viés</i>	<i>md</i>	<i>dpd</i>	total
s/ estratificação	-0,0157 (2)	0,0348 (2)	0,0614 (2)	06
Classes $K_{0,7h}$	-0,0117 (1)	0,0333 (1)	0,0578 (1)	03

A Figura 3 permite apurar com maior clareza os resultados encontrados a partir das estatísticas. O ajuste do modelo com os dados não estratificados contou, de forma geral, com um bom desempenho, mas com uma leve superestimativa para as árvores com $20 \text{ cm} \leq \text{dap} \leq 35 \text{ cm}$. O modelo ajustado com os dados estratificados sem tendência e baixa dispersão dos valores dos resíduos.

Comparando o desempenho de quatro modelos de afilamento, Clark et al. (1991), Max & Burkhardt (1976), Hradetzky (1976) e Goulding & Murray (1976), com relação à estimativa de volumes totais e parciais para a espécie *Pinus taeda* Assis et al. (2001), afirmaram que, desde que seja feito controle dos dados, os quatro modelos podem ser usados com confiança. Neste estudo, porém, os referidos autores fizeram, o controle dos dados a partir de classes de *dap* e não testaram por classes de quociente de forma.

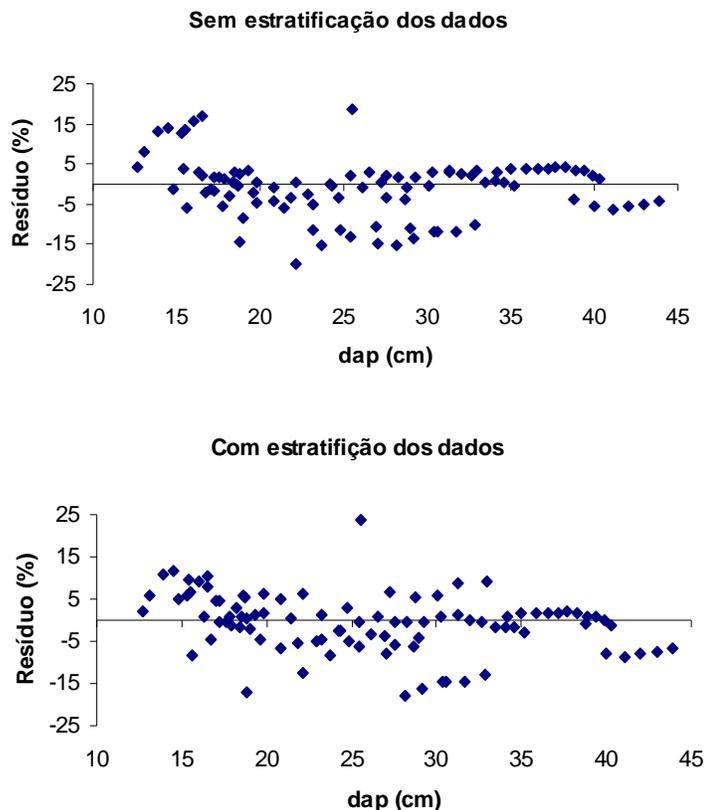


FIGURA 3 - Distribuição dos resíduos da estimativa do volume total a partir dos dados sem e com estratificação.

A partir dos testes que indicaram que a estratificação dos dados pela classe de quociente de forma a 70% da altura total ($K_{0,7h}$) melhora o ajuste do modelo, este procedimento foi adotado para a construção da tabela de sortimentos.

A Tabela 5 demonstra a tabela de sortimentos, na qual são apresentados o dap, a altura total (h) com três valores para cada diâmetro, o valor do quociente de forma ($K_{0,7h}$), e os sortimentos S1, S2, S3, S4 e S5 com seus respectivos número de toras (n). Apresenta ainda a percentagem de volume em relação ao volume total, volume do resíduo e a percentagem em relação ao total e o volume total para cada árvore, determinado por integração do polinômio do 5° grau ajustado com os dados estratificados, em acordo com o que foi indicado pelas estatísticas.

Os volumes de cada sortimento encontram-se na Tabela 1 C contida em anexo.

O aproveitamento dos fustes de um modo geral foi bom, e, obviamente, na medida em que as toras apresentam maiores dimensões, há a possibilidade de se

retirar mais sortimentos e conseqüentemente há menos resíduos. Para os maiores fustes, o resíduo chega a ser menor do que 1%.

De acordo com os tamanhos de cada tora, independentemente do sortimento (2,65 m) e das dimensões dos fustes, a classe S2 foi em boa parte das vezes, a com a menor quantidade de toras, sendo que em alguns casos não foi possível a retirada de nenhuma tora deste sortimento, pois da ponta grossa à ponta fina desta classe não se chegou ao comprimento de 2,65 m.

TABELA 5 – Sortimentos para serraria e celulose de *Pinus taeda* L.

dap (cm)	h (m)	$\frac{d_{0,7h}}{dap}$	S1		S2		S3		S4		S5		V Res (m ³)	%	V total (m ³)
			n	%	n	%	n	%	n	%	n	%			
12	5,9	0,4	1	83,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0050	16,5	0,0305
12	7,0	0,4	1	70,1	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0108	29,9	0,0361
12	8,0	0,4	1	63,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0155	37,0	0,0418
13	6,4	0,4	1	74,2	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0101	25,8	0,0391
13	7,8	0,4	1	64,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0173	36,0	0,0480
13	9,3	0,4	1	56,1	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0250	43,9	0,0570
14	7,0	0,4	1	69,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0151	30,5	0,0497
14	8,8	0,4	1	58,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0260	41,5	0,0626
14	10,5	0,4	2	83,9	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0122	16,1	0,0756
15	7,8	0,4	1	64,1	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0229	35,9	0,0638
15	9,8	0,4	2	87,4	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0101	12,6	0,0803
15	11,7	0,4	2	78,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0208	21,5	0,0968
16	8,3	0,4	2	93,8	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0048	6,2	0,0773
16	10,8	0,4	2	82,7	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0175	17,3	0,1012
16	13,3	0,4	3	91,4	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0108	8,6	0,1251
17	9,1	0,4	2	90,4	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0093	9,6	0,0960
17	11,8	0,4	2	78,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0276	22,0	0,1256
17	14,6	0,4	3	87,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0193	12,5	0,1552
18	9,9	0,4	2	86,7	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0156	13,3	0,1175
18	12,9	0,4	3	92,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0116	7,5	0,1536
18	15,9	0,5	4	93,8	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0128	6,2	0,2068
19	10,7	0,4	2	83,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0242	17,0	0,1419
19	14,0	0,4	3	89,4	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0196	10,6	0,1854
19	17,2	0,5	3	59,7	1	31,0	0	0	0	0	0	0	0,0231	9,3	0,2495
20	11,5	0,4	3	95,9	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0069	4,1	0,1693
20	15,0	0,4	3	58,5	1	37,8	0	0	0	0	0	0	0,0082	3,7	0,2211
20	18,4	0,5	4	66,9	1	29,2	0	0	0	0	0	0	0,0116	3,9	0,2974
21	12,3	0,4	2	49,6	1	44,4	0	0	0	0	0	0	0,0120	6,0	0,1998
21	16,0	0,4	3	58,7	1	35,8	0	0	0	0	0	0	0,0145	5,5	0,2608
21	19,7	0,5	3	34,2	2	49,5	0	0	0	0	0	0	0,0569	16,2	0,3507
22	13,1	0,4	2	49,7	1	42,2	0	0	0	0	0	0	0,0190	8,1	0,2333
22	17,0	0,4	2	33,0	2	59,7	0	0	0	0	0	0	0,0221	7,2	0,3045
22	20,9	0,5	3	31,7	3	65,7	0	0	0	0	0	0	0,0103	2,5	0,4093

Continuação...

dap (cm)	h (m)	$d_{0,7h}$ dap	S1		S2		S3		S4		S5		V Res (m ³)	%	V total (m ³)
			n	%	n	%	n	%	n	%	n	%			
23	13,9	0,4	2	49,4	1	40,3	0	0	0	0	0	0	0,0279	10,3	0,2700
23	18,0	0,4	3	40,2	2	57,1	0	0	0	0	0	0	0,0092	2,6	0,3523
23	22,1	0,5	3	33,2	3	62,9	0	0	0	0	0	0	0,0187	4,0	0,4734
24	14,6	0,4	2	29,9	2	67,3	0	0	0	0	0	0	0,0089	2,9	0,3098
24	19,0	0,4	3	41,4	2	54,8	0	0	0	0	0	0	0,0153	3,8	0,4041
24	23,3	0,5	2	19,1	4	75,3	0	0	0	0	0	0	0,0302	5,6	0,5430
25	15,3	0,4	2	31,1	2	64,9	0	0	0	0	0	0	0,0140	4,0	0,3527
25	19,9	0,4	2	22,8	2	42,2	1	29,9	0	0	0	0	0,0233	5,1	0,4600
25	24,4	0,5	3	24,7	3	49,9	1	22,9	0	0	0	0	0,0157	2,5	0,6180
26	16,0	0,4	1	20,5	1	26,9	1	35,9	0	0	0	0	0,0669	16,8	0,3987
26	20,8	0,5	2	16,1	3	55,2	1	26,4	0	0	0	0	0,0132	2,3	0,5664
26	25,5	0,5	2	14,0	3	42,5	2	39,8	0	0	0	0	0,0254	3,6	0,6984
27	16,6	0,4	1	12,3	2	46,6	1	34,7	0	0	0	0	0,0289	6,4	0,4478
27	21,6	0,5	2	17,3	2	33,6	2	45,9	0	0	0	0	0,0208	3,3	0,6361
27	26,6	0,5	2	18,2	3	41,8	2	38,5	0	0	0	0	0,0122	1,6	0,7842
28	17,3	0,4	2	18,8	2	45,7	1	33,6	0	0	0	0	0,0092	1,8	0,5000
28	22,4	0,5	1	6,9	3	44,3	2	44,4	0	0	0	0	0,0305	4,3	0,7101
28	27,6	0,5	2	10,2	3	35,1	3	52,5	0	0	0	0	0,0199	2,3	0,8754
29	17,9	0,4	2	19,9	1	20,1	2	57,5	0	0	0	0	0,0136	2,4	0,5553
29	23,2	0,5	2	11,3	2	26,6	3	60,6	0	0	0	0	0,0119	1,5	0,7885
29	28,5	0,5	2	11,0	2	21,4	4	64,6	0	0	0	0	0,0297	3,1	0,9719
30	18,4	0,4	2	20,9	1	19,9	2	56,1	0	0	0	0	0,0191	3,1	0,6136
30	23,9	0,5	2	12,3	2	26,6	3	59,0	0	0	0	0	0,0182	2,1	0,8712
30	29,4	0,5	3	14,3	2	21,4	3	43,5	1	19,5	0	0	0,0141	1,3	1,0737
31	19,0	0,4	1	7,7	2	33,7	2	54,8	0	0	0	0	0,0257	3,8	0,6750
31	24,6	0,5	2	13,1	1	11,8	3	49,6	1	22,8	0	0	0,0262	2,7	0,9582
31	30,3	0,5	2	7,9	2	17,1	4	54,1	1	19,0	0	0	0,0215	1,8	1,1809
32	19,5	0,4	2	11,7	1	14,2	3	42,7	1	30,4	0	0	0,0074	1,0	0,7394
32	25,3	0,5	2	7,8	2	20,5	3	48,6	1	22,2	0	0	0,0089	0,8	1,0495
32	31,2	0,5	2	8,6	2	17,3	3	38,0	2	33,7	0	0	0,0307	2,4	1,2934
33	20,0	0,4	2	12,5	1	14,4	2	42,0	1	29,8	0	0	0,0107	1,3	0,8069
33	26,0	0,5	2	8,5	2	20,8	2	30,3	2	39,2	0	0	0,0137	1,2	1,1451
33	32,0	0,5	2	5,6	2	13,3	4	47,2	2	33,0	0	0	0,0138	1,0	1,4112
34	20,5	0,4	2	13,3	1	14,5	2	41,4	1	29,2	0	0	0,0147	1,7	0,8775
34	26,6	0,5	2	9,2	1	9,0	3	41,7	2	38,5	0	0	0,0197	1,6	1,2452
34	32,7	0,5	2	6,1	2	13,7	3	33,4	3	45,5	0	0	0,0203	1,3	1,5344
35	20,9	0,4	1	4,7	2	23,9	1	18,8	2	50,6	0	0	0,0195	2,0	0,9511
35	27,2	0,5	1	3,6	2	15,4	2	25,9	3	53,1	0	0	0,0269	2,0	1,3496
35	33,5	0,5	2	6,6	2	14,0	2	20,9	4	56,7	0	0	0,0283	1,7	1,6630
36	21,4	0,4	1	5,0	1	9,6	2	33,2	2	49,8	0	0	0,0251	2,4	1,0280
36	27,8	0,5	2	5,7	2	15,8	2	25,7	3	52,1	0	0	0,0084	0,6	1,4585
36	34,2	0,5	3	8,6	1	6,2	3	28,9	4	55,7	0	0	0,0116	0,6	1,7971
37	21,8	0,4	1	5,4	1	9,8	2	33,0	2	49,0	0	0	0,0315	2,8	1,1081
37	28,3	0,5	2	6,3	1	6,7	2	21,3	4	64,9	0	0	0,0124	0,8	1,5720
37	34,9	0,5	2	4,6	2	10,9	2	17,9	5	65,7	0	0	0,0169	0,9	1,9369

Continuação...

dap (cm)	h (m)	$d_{0,7h}$ dap	S1		S2		S3		S4		S5		V Res (m ³)	%	V total (m ³)
			n	%	n	%	n	%	n	%	n	%			
38	22,2	0,4	2	8,2	1	10,1	1	14,6	3	66,4	0	0	0,0091	0,8	1,1915
38	28,9	0,5	2	6,7	1	6,9	2	21,4	4	63,9	0	0	0,0175	1,0	1,6902
38	35,5	0,5	2	9,8	0	0,0	3	24,4	5	64,7	0	0	0,0236	1,1	2,0825
39	22,7	0,4	2	8,2	1	10,3	1	14,6	3	65,5	0	0	0,0185	1,5	1,2783
39	29,4	0,5	2	7,2	1	7,1	1	9,6	5	74,8	0	0	0,0236	1,3	1,8132
39	36,2	0,5	2	5,4	1	4,9	2	14,8	6	73,4	0	0	0,0315	1,4	2,2340
40	23,0	0,5	1	3,8	1	7,4	1	11,5	4	76,0	0	0	0,0209	1,4	1,4908
40	29,9	0,5	1	2,8	1	4,8	2	16,9	4	54,6	1	19,2	0,0308	1,6	1,9412
40	36,8	0,5	2	3,4	2	8,6	2	15,0	5	56,4	1	16,0	0,0125	0,5	2,3916
41	23,4	0,5	1	4,0	1	7,6	1	11,6	3	51,3	1	23,8	0,0270	1,7	1,5932
41	30,4	0,5	2	4,5	1	5,0	2	17,1	4	54,0	1	19,0	0,0093	0,4	2,0744
41	37,4	0,6	1	1,9	2	7,9	2	13,7	6	61,7	1	13,9	0,0241	0,9	2,6601
42	23,8	0,5	1	4,3	1	7,8	1	11,7	3	50,7	1	23,4	0,0340	2,0	1,6996
42	30,9	0,5	1	4,8	1	5,2	1	7,5	4	47,9	2	33,9	0,0133	0,6	2,2129
42	38,1	0,6	1	2,1	1	3,4	2	11,1	6	56,8	2	25,4	0,0334	1,2	2,8377
43	24,2	0,5	2	6,5	0	0	2	19,8	3	50,2	1	23,1	0,0071	0,4	1,8105
43	31,4	0,5	1	5,2	1	5,4	1	7,6	4	47,6	2	33,4	0,0182	0,8	2,3571
43	38,7	0,6	2	3,0	1	3,6	2	11,3	5	46,0	3	35,4	0,0217	0,7	3,0225
44	24,6	0,5	2	7,0	0	0	1	8,2	3	43,2	2	41,1	0,0102	0,5	1,9258
44	31,9	0,5	1	2,0	1	3,6	2	13,3	4	47,2	2	33,0	0,0243	1,0	2,5072
44	39,3	0,6	2	3,8	1	3,8	2	11,5	5	45,6	3	34,9	0,0157	0,5	3,2148

Onde: dap = Diâmetro a altura do peito (1,30 m), em centímetros; h = Altura total da árvore, com três valores para cada diâmetro, em metros; $d_{0,7h}/dap$ = Quociente de forma; S1; S2; S3; S4 e S5 = Classes de sortimentos; n = Numero de toras; % = Percentagem do volume de cada sortimento e do resíduo; V res = Volume do resíduo (m³) e V total = Volume total (m³).

3.3 Validações das variáveis h, $d_{0,7h}$ e volume

Observando-se os valores dos resíduos, nota-se as boas performances que as equações usadas para estimar essas variáveis tiveram. Apesar de, ao longo deste trabalho, já existirem testes comprovando a eficiência dos modelos, os resultados da Tabela 6 são importantes para afirmar ainda mais que as estimativas têm boa precisão, o que reforça os resultados da tabela de sortimentos.

TABELA 6 - Validações das equações usadas para construção da tabela de sortimentos.

dap (cm)	h (m)	d _{0,7h} (cm)	Vol (m ³)	h _{est} (m)	resíduo (%)	d _{0,7h est} (cm)	resíduo (%)	vol _{est} (m ³)	resíduo (%)
14,8	12,1	6,6	0,1048	12,1	-0,1	6,5	1,6	0,0996	4,9
15,4	12,8	7,5	0,1264	12,6	1,9	6,8	9,1	0,1241	1,8
16,3	14,4	7,9	0,1580	13,2	8,1	7,4	6,3	0,1564	1,0
17,0	13,5	7,6	0,1539	13,8	-1,9	7,3	4,1	0,1466	4,8
18,2	15,1	8,0	0,1939	14,6	3,0	8,0	0,3	0,1879	3,1
19,3	19,8	10,0	0,3054	15,5	21,9	9,6	3,5	0,3016	1,2
22,1	18,4	10,2	0,3605	17,5	4,8	9,9	2,6	0,3674	-1,9
23,2	18,1	10,0	0,3701	18,3	-1,2	10,2	-1,6	0,3660	1,1
24,7	19,8	12,3	0,4679	19,4	2,0	11,1	9,9	0,4939	-5,6
26,9	19,0	10,8	0,4972	21,0	-10,5	11,5	-7,1	0,5166	-3,9
27,5	23,1	12,4	0,6749	21,4	7,3	12,9	-4,2	0,7143	-5,8
29,0	20,9	11,9	0,6340	22,5	-7,6	12,8	-7,6	0,6604	-4,2
30,1	21,2	13,7	0,7651	23,3	-9,8	13,3	3,3	0,7854	-2,7
31,7	24,7	12,8	0,8861	24,4	1,2	14,9	-16,3	0,9326	-5,2
32,9	26,0	13,5	1,0198	25,3	2,9	15,7	-16,2	1,0574	-3,7
35,0	24,1	18,3	1,2264	26,7	-10,9	16,1	12,0	1,2071	1,6
36,6	25,7	19,9	1,4296	27,9	-8,4	17,2	13,5	1,4076	1,5
43,9	35,0	21,7	2,5889	32,9	5,9	23,5	-8,1	2,7580	-6,5

Variáveis definidas anteriormente.

De modo a confirmar as afirmações com respeito às boas estimativas das variáveis usadas para os cálculos dos sortimentos, tem-se na Tabela 7 os valores dos testes de Qui-quadrado (χ^2).

Os resultados mostraram não haver diferença significativa para a probabilidade de 0,01. O valor de χ^2 calculado foi igual a 2,40, 1,88 e 0,02 para as comparações entre, respectivamente, valores observados e estimados da altura, diâmetro a 70% da altura (d_{0,7h}) e volume. Todos, portanto, menores do que o valor tabelado com 17 graus de liberdade, que é de 36,57.

TABELA 7 – Valores de Qui-quadrado calculado e tabelado com (p≤0,01).

	h (m)	d _{0,7h} (cm)	Volume (m ³)
$\chi^2_{calculado}$	2,4 ^{ns}	1,9 ^{ns}	0,0225 ^{ns}
$\chi^2_{tabelado}$	36,57	36,57	36,57

ns não significativo com (p≤0,01)

Esse resultado pode ser observado na Figura 4, que representa graficamente os valores observados e estimados altura total, $d_{0,7h}$ e volume, sendo possível verificar a quase total, ou total sobreposição das curvas no caso do volume.

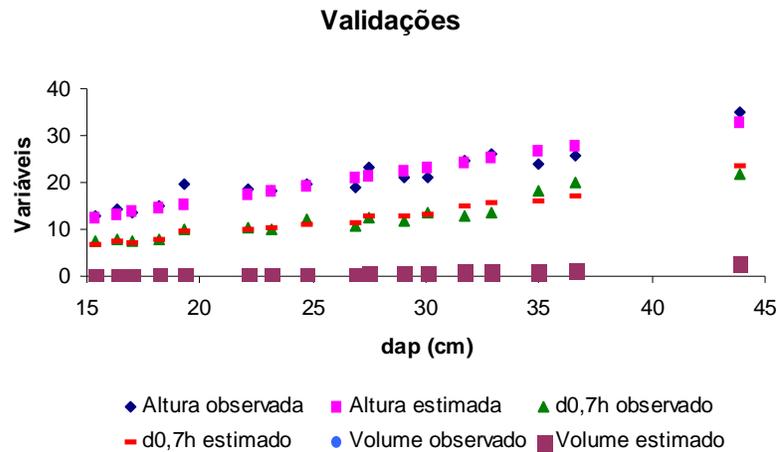


FIGURA 4 – Valores observados e estimados da altura total, $d_{0,7h}$ e volume usados para validação das equações.

4 CONCLUSÕES

De acordo com as condições em que este estudo foi realizado, pode-se concluir que:

- O polinômio do 5° grau ajustado com os dados estratificados em classes de quociente de forma a 70% da altura, gerou ganho de precisão para estimativas dos volumes;
- As demais variáveis usadas para a construção da tabela de sortimento também podem ser empregadas, pois possuem boa precisão;
- As equações usadas para estimar as variáveis usadas na tabela de sortimentos podem ser usadas com segurança, pois não existe diferença significativa entre valores observados e estimados de acordo com o teste de Qui-quadrado com ($p \leq 0,01$).

5 BIBLIOGRAFIA

ARCE, J. E. et al. Geração de padrões ótimos de corte através de algoritmos de traçamento aplicados a fustes individuais. **Revista Árvore**, v. 28, n. 2, p. 207-217, 2004.

ASSIS, A. L. et al. Comparação de modelos polinomiais segmentados e não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*. **Cerne**. v. 7, n. 1, p. 20-40, 2001.

CHICHORRO, J. F. et al. Equações de volume e de *taper* para quantificar multiprodutos da madeira em floresta atlântica. **Revista Árvore**, v. 27, n. 6, p. 799-809, 2000.

EMBRAPA. Centro Nacional de Pesquisa de Solos. **Sistema brasileiro de classificação de solos**. Brasília: Embrapa – SPI; Rio de Janeiro: Embrapa – Solos, 2006. 306 p.

SCHNEIDER, P. R. et al. Forma de tronco e sortimentos de madeira de *Eucalyptus grandis* para o estado do Rio Grande do Sul. **Ciência Florestal**, Santa Maria, v. 6, n. 1, p. 79-88, 1996.

SOUZA, C. A. M. et al. Avaliação de modelos de afilamento segmentados na estimação da altura e volume comercial de fustes de *Eucalyptus* sp. **Revista Árvore**, Viçosa-MG, v. 32, n. 3, p. 453-463, 2008 a.

SOUZA, C. A. M. et al. Avaliação de modelos de afilamento não-segmentados na estimação da altura e volume comercial de *Eucalyptus* sp. **Ciência Florestal**, v. 18, n. 3, 2008 b.

CONCLUSÕES GERAIS

De acordo com as condições de realização deste estudo, pode-se concluir que:

- Os modelos não segmentados, polinômio do 5° grau e Garay, respectivamente, foram melhores que o modelo segmentado de Max e Bukhart, para descrever a forma de fustes de árvores com 1, 2 e 3 pontos de mudança de forma;
- Para as árvores com 3 pontos de mudança de forma no fuste, os três modelos estudados – polinômio do 5° grau, Garay e Max e Bukhart – mostraram resultados menos discrepantes entre si, sendo possível a utilização de qualquer um deles para descrever a forma do fuste;
- A modelagem dos pontos de mudança de forma pelo procedimento de regressão *stepwise* foi eficiente, como comprovado pela análise de resíduos.
- A estratificação dos dados apresentou eficiência, fazendo com que a acurácia do modelo melhora para as estimativas propostas;
- Para a estimativa do perfil do fuste, a classe de $K_{0,7h}$ foi a que permitiu a obtenção do melhor resultado. As demais classes de K e as classes de dap tiveram o resultado semelhante, e os dados não estratificados foi o método que proporcionou menor precisão;
- Os resultados para as estimativas da altura, em que os diâmetros têm 24, 18 e 8 cm, mostraram que a estratificação dos dados com a classe de $K_{0,7h}$ foi a de melhor desempenho;
- A modelagem do diâmetro a 70% da altura pelo procedimento *stepwise* apresentou bom ajuste e precisão, com resultado melhor do que o modelo do de afilamento, podendo ser utilizado para estimativa do diâmetro neste ponto do fuste;
- O polinômio do 5° grau ajustado com os dados estratificados em classes de quociente de forma a 70% da altura mostrou melhor precisão para estimativas dos volumes;
- As demais variáveis usadas para a construção da tabela de sortimento também podem ser empregadas, pois possuem precisão satisfatória.

ANEXOS

ANEXO A

Rotinas usadas para os Ajustes dos modelos segmentados.

Modelo segmentado para as árvores com 1 ponto de mudança de forma

```
data a;
input arv dap ht di hi a1 i1;
x1=hi/ht;
x2=x1**2;
x3=x1**3;
cards;
arv dap h di hi a1 i1
1 20.4 22.6 23.7 0.1 0.2245 1
1 20.4 22.6 21.3 0.3 0.2245 1
1 20.4 22.6 20.4 1.3 0.2245 1
. . . . . . .
. . . . . . .
. . . . . . .

proc nlin;
parms b1=-6.6811 b2=3.3474;
model di=dap*(b1*(x1-1)+ b2*(a1-x1)**2*i1)**(1/2);
by arv;
run;
```

Modelo segmentado para as árvores com 2 pontos de mudança de forma

```
data a;
input arv id dap ht di hi a1 a2 i1 i2;
x1=hi/ht;
x2=x1**2;
cards;
1 24.2 23.3 27.0 0.1 0.2358 0.8423 1 1
1 24.2 23.3 25.8 0.3 0.2358 0.8423 1 1
1 24.2 23.3 24.2 1.3 0.2358 0.8423 1 1
. . . . . . . .
. . . . . . . .
. . . . . . . .

proc nlin;
parms b1=-6.6811 b2=3.3474 b3=85.6420 b4=-3.1292;
model di=dap*(b1*(x1-1)+b2*(x2-1)+b3*(a1-x1)**2*i1+b4*(a2-x1)**2*i2)**(1/2);
by arv;
run;
```

Modelo segmentado para as árvores com 3 pontos de mudança de forma

```

data a;
input arv dap h di hi a1 a2 a3 i1 i2 i3;
x1=hi/ht;
x2=x1**2;
x3=x1**3;
cards;
1 28.7 24.8 35.9 0.1 0.2463 0.6563 0.8090 1 1 1
1 28.7 24.8 33.5 0.3 0.2463 0.6563 0.8090 1 1 1
1 28.7 24.8 28.7 1.3 0.2463 0.6563 0.8090 1 1 1
. . . . .
proc nlin;
parms b1=-6.6811 b2=3.3474 b3=-0.5 b4=85.6420 b5=-3.1292 b6=0.5;
model di=dap*(b1*(x1-1)+b2*(x2-1)+b3*(x3-1)+b4*(a1-x1)**2*i1+b5*(a2-
x1)**2*i2+b6*(a3-x1)**2*i3)**(1/2);
by arv;
run;

```

Modelo não segmentado não linear proposto por Garay

Para os três diferentes tipos de árvores, a rotina é a mesma, obviamente só havendo mudança dos dados das árvores.

```

data a;
input arv dap h di hi;
x1=hi/ht;
y=di/dap;
cards;
1 25.4 18.1 28.8 0.1
1 25.4 18.1 27.5 0.3
1 25.4 18.1 25.4 1.3
. . . . .
. . . . .
. . . . .
proc nlin;
parms b0 = 1.65 b1 = 0.15 b2 = 0.99 b3 = 0.2;
model di=dap*b0*(1 + b1*log(1 - b2*hi**b3*ht**-b3));
by arv;
run;

```

ANEXO B

TABELA 1B - Coeficientes de determinação (R^2) dos ajustes dos modelos para as árvores com 1, 2 e 3 pontos de mudanças de formas.

Árvore	1 PMF Modelos			2 PMF Modelos			3 PMF Modelos		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1	0,9445	0,9992	0,9988	0,9878	0,9992	0,9956	0,9784	0,9953	0,9873
2	0,9805	0,9961	0,9938	0,9873	0,9999	0,9971	0,9802	0,9962	0,9891
3	0,9741	0,9962	0,9934	0,9834	0,9991	0,9910	0,9785	0,9965	0,9884
4	0,9784	0,9957	0,9932	0,9896	0,9996	0,9948	0,9804	0,9982	0,9913
5	0,9684	0,9959	0,9922	0,9714	0,9914	0,9832	0,9856	0,9986	0,9922
6	0,9560	0,9961	0,9932	0,9693	0,9915	0,9827	0,9888	0,9992	0,9945
7	0,9577	0,9962	0,9924	0,9678	0,9920	0,9813	0,9894	0,9994	0,9949
8	0,9642	0,9961	0,9914	0,9688	0,9945	0,9810	0,9961	0,9986	0,9958
9	0,9519	0,9961	0,9924	0,9668	0,9954	0,9811	0,9947	0,9978	0,9938
10	0,9549	0,9960	0,9911	0,9766	0,9989	0,9872	0,9964	0,9988	0,9964
11	0,9608	0,9958	0,9906	0,9872	0,9998	0,9931	0,9949	0,9986	0,9952
12	0,9546	0,9960	0,9912	0,9826	0,9983	0,9996	0,9961	0,9994	0,9983
13	0,9537	0,9966	0,9910	0,9732	0,9995	0,9850	0,9910	0,9979	0,9931
14	0,9525	0,9976	0,9910	0,9789	0,9994	0,9906	0,9928	0,9978	0,9926
15	0,9270	0,9910	0,9809	0,9709	0,9962	0,9882	0,9897	0,9982	0,9921
16	0,9238	0,9916	0,9815	0,9772	0,9963	0,9890	0,9887	0,9980	0,9927
17	0,9332	0,9927	0,9817	0,9735	0,9970	0,9885	0,9889	0,9975	0,9937
18	0,9312	0,9921	0,9825	0,9789	0,9955	0,9883	0,9919	0,9992	0,9964
19	0,9451	0,9936	0,9842	0,9752	0,9955	0,9875	0,9909	0,9994	0,9952
20	0,9370	0,9944	0,9868	0,9798	0,9965	0,9879	0,9894	0,9978	0,9904
21	0,9380	0,9950	0,9866	0,9767	0,9949	0,9873	0,9885	0,9984	0,9903
22	0,9458	0,9954	0,9854	0,9750	0,9977	0,9880	0,9902	0,9987	0,9905
23	0,9268	0,9945	0,9839	0,9794	0,9959	0,9886	0,9912	0,9988	0,9919
24	0,9197	0,9949	0,9850	0,9756	0,9963	0,9882	0,9926	0,9983	0,9930
25	0,9296	0,9936	0,9911	0,9795	0,9946	0,9887	0,9944	0,9981	0,9931
26	0,9369	0,9940	0,9903	0,9774	0,9976	0,9895	0,9168	0,9973	0,9945
27	0,9294	0,9942	0,9918	0,9849	0,9958	0,9911	0,9766	0,9962	0,9665
28	0,9280	0,9948	0,9898	0,9821	0,9972	0,9913	0,9804	0,9976	0,9883
29	0,9226	0,9944	0,9877	0,9706	0,9989	0,9814	0,9832	0,9976	0,9899
30	0,9287	0,9949	0,9879	0,9812	1,0000	0,9909	0,9873	0,9976	0,9908
31	0,9122	0,9959	0,9869	0,9831	1,0000	0,9896	0,9870	0,9971	0,9907
32	0,9552	0,9955	0,9900	0,9790	0,9971	0,9891	0,9819	0,9948	0,9877
33	0,9728	0,9958	0,9896	0,9853	0,9996	0,9901	0,9825	0,9958	0,9872
34	0,9660	0,9967	0,9919	0,9790	0,9992	0,9884	0,9831	0,9967	0,9867
35	0,9679	0,9966	0,9911	0,9818	0,9993	0,9914	0,9813	0,9965	0,9867
36	0,9729	0,9971	0,9902	0,9792	0,9977	0,9860	0,9848	0,9978	0,9886
37	0,9607	0,9986	0,9931	0,9737	0,9980	0,9874	0,9868	0,9982	0,9880
38	0,9631	0,9985	0,9922	0,9600	0,9994	0,9761	0,9870	0,9984	0,9896
39	0,9721	0,9984	0,9913	0,9630	0,9999	0,9792	0,9874	0,9991	0,9913
40	0,9567	0,9985	0,9902	0,9715	0,9992	0,9862	0,9894	0,9994	0,9909
41	0,9551	0,9987	0,9818	0,9659	0,9994	0,9857	0,9868	0,9989	0,9903
42	0,9464	0,9990	0,9798	0,9508	0,9994	0,9820	0,9894	0,9988	0,9908
43	0,9331	0,9986	0,9860	0,9564	0,9995	0,9788	0,9886	0,9991	0,9903
44	0,9657	0,9983	0,9958	0,9637	0,9942	0,9822	0,9877	0,9992	0,9887
45	0,9608	0,9984	0,9958	0,9698	0,9991	0,9805	0,9948	0,9978	0,9947

continuação...

46	0,9451	0,9970	0,9942	0,9651	0,9991	0,9805	0,9965	0,9995	0,9968
47	0,9594	0,9994	0,9944	0,9477	0,9991	0,9743	0,9933	0,9999	0,9939
48	0,9575	0,9995	0,9973	0,9478	0,9993	0,9761	0,9910	0,9982	0,9930
49	0,9116	0,9966	0,9845	0,9461	0,9994	0,9752	0,9924	0,9987	0,9934
50	0,9037	0,9984	0,9969	0,9452	0,9993	0,9761	0,9921	0,9987	0,9937

TABELA 2B – Coeficiente de variação das estimativas dos ajustes dos modelos para as árvores com 1, 2 e 3 pontos de mudanças de formas.

Árvore	1 PMF Modelos CV (%)			2 PMF Modelos CV (%)			3 PMF Modelos CV (%)		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1	13,3	1,9	2,1	6,3	3,3	4,1	8,8	4,6	6,7
2	3,2	3,4	3,8	7,2	1,3	3,6	7,6	4,0	5,6
3	8,8	3,5	4,3	6,9	3,6	5,3	7,9	3,7	5,8
4	5,4	3,4	4,1	6,0	2,9	4,5	7,1	2,7	4,7
5	7,8	3,6	4,6	9,1	6,9	7,2	6,4	2,8	4,7
6	3,2	3,1	3,8	9,8	7,1	7,6	6,8	2,2	4,8
7	7,1	3,3	4,3	8,9	7,2	7,0	6,8	2,1	4,7
8	3,7	3,5	4,8	8,8	6,2	7,1	3,5	2,4	3,6
9	6,0	3,2	4,1	9,6	6,1	7,5	3,9	2,9	4,2
10	6,0	3,5	4,6	8,4	3,5	6,5	3,2	2,4	3,2
11	7,0	3,8	5,2	6,8	2,2	5,3	3,6	2,7	3,4
12	6,9	3,3	4,5	10,4	4,8	8,1	3,9	1,7	2,6
13	3,7	3,3	4,8	6,6	3,6	4,8	5,8	3,1	5,1
14	11,6	3,0	5,3	8,3	3,5	5,8	5,8	3,5	5,9
15	9,5	5,0	6,8	9,4	4,6	6,2	6,0	2,8	5,2
16	7,8	4,9	6,7	7,7	4,8	5,6	6,1	3,0	4,9
17	11,9	4,8	7,0	8,1	4,3	5,9	6,2	3,5	4,7
18	8,7	4,7	6,3	7,1	4,8	5,5	5,6	2,1	3,8
19	9,8	4,5	6,5	8,2	5,1	6,1	6,0	2,0	4,4
20	7,9	3,8	5,3	6,9	4,8	5,5	5,4	2,8	5,2
21	9,1	3,9	5,9	7,8	6,1	6,0	5,4	2,2	4,9
22	9,8	4,1	6,7	8,7	4,4	6,2	5,6	2,4	5,5
23	9,3	4,3	6,5	7,4	6,6	5,7	5,1	2,1	4,9
24	10,1	3,9	5,9	8,6	6,7	6,2	4,4	2,5	4,3
25	10,2	4,6	5,0	8,6	8,4	5,7	4,6	3,1	5,1
26	11,6	4,6	5,4	8,2	5,0	5,9	4,2	3,9	4,5
27	8,6	4,1	4,9	4,2	8,6	3,4	8,6	4,0	6,7
28	11,1	4,2	5,4	7,4	7,7	5,4	7,6	3,0	5,9
29	10,5	4,4	5,9	9,7	4,9	8,1	6,8	3,0	5,2
30	8,0	4,2	5,9	7,0	0,7	5,1	7,2	3,7	7,2
31	9,4	3,9	6,2	6,0	0,6	4,9	7,6	4,4	6,5
32	4,1	3,3	4,5	7,3	5,2	5,5	7,8	4,5	6,4
33	5,2	3,4	4,9	5,5	2,6	4,7	7,8	4,2	6,7
34	4,2	2,6	3,7	6,0	3,8	5,8	7,6	3,8	6,7
35	4,0	2,9	4,2	7,3	3,3	5,3	7,3	3,5	6,1
36	3,8	2,9	4,8	5,8	3,1	5,0	6,9	3,0	5,9
37	3,6	1,8	3,6	7,2	3,2	5,2	7,1	3,0	6,8
38	4,2	2,0	4,0	11,1	2,2	8,9	6,6	2,8	5,9
39	6,7	2,3	4,7	11,2	1,1	8,8	6,2	2,0	5,2

continuação...

40	4,9	2,0	4,7	8,3	3,5	6,3	6,7	2,0	5,4
41	6,6	2,1	5,2	9,8	2,5	6,6	7,0	2,6	6,0
42	5,3	1,8	5,4	9,9	2,7	6,4	7,3	3,2	6,8
43	10,7	2,5	6,7	8,3	2,4	6,2	6,0	1,9	5,6
44	5,1	2,7	3,6	10,0	7,6	7,1	6,3	1,9	6,0
45	1,1	2,4	3,3	8,3	3,8	7,0	4,3	3,3	4,3
46	4,7	3,2	3,7	9,5	4,2	7,5	3,5	1,6	3,4
47	5,5	1,7	3,9	10,4	4,1	7,8	4,2	0,8	4,0
48	3,9	1,6	2,7	10,9	3,8	7,9	5,6	2,9	4,9
49	12,3	4,1	7,4	10,3	3,6	7,4	4,7	2,3	4,4
50	13,5	3,1	3,0	9,8	3,5	7,2	4,5	2,2	4,0

ANEXO C

TABELA 1C – Volumes individuais de cada classe de sortimento.

dap (cm)	h (m)	S1	S2	S3	S4	S5	Vol Res (m³)	Vol total (m³)
		Vol (m³)						
12	5,9	0,0255	0	0	0	0	0,0050	0,0305
12	7,0	0,0253	0	0	0	0	0,0108	0,0361
12	8,0	0,0263	0	0	0	0	0,0155	0,0418
13	6,4	0,0290	0	0	0	0	0,0101	0,0391
13	7,8	0,0307	0	0	0	0	0,0173	0,0480
13	9,3	0,0320	0	0	0	0	0,0250	0,0570
14	7,0	0,0346	0	0	0	0	0,0151	0,0497
14	8,8	0,0366	0	0	0	0	0,0260	0,0626
14	10,5	0,0634	0	0	0	0	0,0122	0,0756
15	7,8	0,0409	0	0	0	0	0,0229	0,0638
15	9,8	0,0702	0	0	0	0	0,0101	0,0803
15	11,7	0,0760	0	0	0	0	0,0208	0,0968
16	8,3	0,0725	0	0	0	0	0,0048	0,0773
16	10,8	0,0837	0	0	0	0	0,0175	0,1012
16	13,3	0,1143	0	0	0	0	0,0108	0,1251
17	9,1	0,0868	0	0	0	0	0,0093	0,0960
17	11,8	0,0980	0	0	0	0	0,0276	0,1256
17	14,6	0,1358	0	0	0	0	0,0193	0,1552
18	9,9	0,1019	0	0	0	0	0,0156	0,1175
18	12,9	0,1420	0	0	0	0	0,0116	0,1536
18	15,9	0,1940	0	0	0	0	0,0128	0,2068
19	10,7	0,1177	0	0	0	0	0,0242	0,1419
19	14,0	0,1658	0	0	0	0	0,0196	0,1854
19	17,2	0,1491	0,0773	0	0	0	0,0231	0,2495
20	11,5	0,1624	0,0000	0	0	0	0,0069	0,1693
20	15,0	0,1294	0,0836	0	0	0	0,0082	0,2211
20	18,4	0,1991	0,0867	0	0	0	0,0116	0,2974
21	12,3	0,0991	0,0886	0	0	0	0,0120	0,1998
21	16,0	0,1530	0,0933	0	0	0	0,0145	0,2608
21	19,7	0,1200	0,1737	0	0	0	0,0569	0,3507
22	13,1	0,1159	0,0985	0	0	0	0,0190	0,2333
22	17,0	0,1006	0,1819	0	0	0	0,0221	0,3045
22	20,9	0,1299	0,2691	0	0	0	0,0103	0,4093
23	13,9	0,1333	0,1088	0	0	0	0,0279	0,2700
23	18,0	0,1418	0,2013	0	0	0	0,0092	0,3523
23	22,1	0,1571	0,2976	0	0	0	0,0187	0,4734
24	14,6	0,0925	0,2084	0	0	0	0,0089	0,3098
24	19,0	0,1672	0,2216	0	0	0	0,0153	0,4041
24	23,3	0,1037	0,4091	0	0	0	0,0302	0,5430
25	15,3	0,1098	0,2289	0	0	0	0,0140	0,3527
25	19,9	0,1050	0,1941	0,1377	0	0	0,0233	0,4600
25	24,4	0,1524	0,3081	0,1417	0	0	0,0157	0,6180
26	16,0	0,0816	0,1073	0,1430	0	0	0,0669	0,3987
26	20,8	0,0912	0,3127	0,1494	0	0	0,0132	0,5664
26	25,5	0,0978	0,2971	0,2782	0	0	0,0254	0,6984
27	16,6	0,0551	0,2085	0,1553	0	0	0,0289	0,4478
27	21,6	0,1098	0,2138	0,2917	0	0	0,0208	0,6361

continuação...

27	26,6	0,1425	0,3275	0,3020	0	0	0,0122	0,7842
28	17,3	0,0939	0,2287	0,1682	0	0	0,0092	0,5000
28	22,4	0,0493	0,3147	0,3156	0	0	0,0305	0,7101
28	27,6	0,0889	0,3073	0,4594	0	0	0,0199	0,8754
29	17,9	0,1106	0,1117	0,3194	0	0	0,0136	0,5553
29	23,2	0,0893	0,2098	0,4775	0	0	0,0119	0,7885
29	28,5	0,1069	0,2075	0,6277	0	0	0,0297	0,9719
30	18,4	0,1281	0,1222	0,3442	0	0	0,0191	0,6136
30	23,9	0,1069	0,2320	0,5141	0	0	0,0182	0,8712
30	29,4	0,1537	0,2297	0,4666	0,2096	0	0,0141	1,0737
31	19,0	0,0520	0,2274	0,3699	0	0	0,0257	0,6750
31	24,6	0,1254	0,1134	0,4750	0,2181	0	0,0262	0,9582
31	30,3	0,0939	0,2016	0,6393	0,2247	0	0,0215	1,1809
32	19,5	0,0866	0,1050	0,3157	0,2248	0	0,0074	0,7394
32	25,3	0,0820	0,2148	0,5104	0,2333	0	0,0089	1,0495
32	31,2	0,1112	0,2242	0,4918	0,4355	0	0,0307	1,2934
33	20,0	0,1012	0,1159	0,3390	0,2402	0	0,0107	0,8069
33	26,0	0,0978	0,2378	0,3465	0,4494	0	0,0137	1,1451
33	32,0	0,0787	0,1881	0,6655	0,4651	0	0,0138	1,4112
34	20,5	0,1167	0,1270	0,3630	0,2560	0	0,0147	0,8775
34	26,6	0,1146	0,1123	0,5196	0,4789	0	0,0197	1,2452
34	32,7	0,0940	0,2103	0,5124	0,6974	0	0,0203	1,5344
35	20,9	0,0446	0,2269	0,1788	0,4814	0	0,0195	0,9511
35	27,2	0,0484	0,2080	0,3501	0,7161	0	0,0269	1,3496
35	33,5	0,1102	0,2332	0,3482	0,9431	0	0,0283	1,6630
36	21,4	0,0517	0,0985	0,3412	0,5115	0	0,0251	1,0280
36	27,8	0,0837	0,2306	0,3754	0,7604	0	0,0084	1,4585
36	34,2	0,1538	0,1115	0,5187	1,0016	0	0,0116	1,7971
37	21,8	0,0593	0,1090	0,3657	0,5425	0	0,0315	1,1081
37	28,3	0,0984	0,1054	0,3354	1,0205	0	0,0124	1,5720
37	34,9	0,0896	0,2115	0,3460	1,2729	0	0,0169	1,9369
38	22,2	0,0972	0,1199	0,1745	0,7908	0	0,0091	1,1915
38	28,9	0,1140	0,1167	0,3613	1,0807	0	0,0175	1,6902
38	35,5	0,2034	0,0000	0,5074	1,3481	0	0,0236	2,0825
39	22,7	0,1046	0,1312	0,1872	0,8368	0	0,0185	1,2783
39	29,4	0,1306	0,1285	0,1744	1,3561	0	0,0236	1,8132
39	36,2	0,1206	0,1099	0,3317	1,6403	0	0,0315	2,2340
40	23,0	0,0562	0,1098	0,1714	1,1325	0	0,0209	1,4908
40	29,9	0,0543	0,0940	0,3285	1,0601	0,3735	0,0308	1,9412
40	36,8	0,0815	0,2059	0,3581	1,3498	0,3837	0,0125	2,3916
41	23,4	0,0644	0,1212	0,1849	0,8171	0,3786	0,0270	1,5932
41	30,4	0,0924	0,1046	0,3550	1,1197	0,3933	0,0093	2,0744
41	37,4	0,0501	0,2106	0,3642	1,6411	0,3699	0,0241	2,6601
42	23,8	0,0731	0,1331	0,1987	0,8623	0,3983	0,0340	1,6996
42	30,9	0,1070	0,1158	0,1665	1,0610	0,7494	0,0133	2,2129
42	38,1	0,0592	0,0969	0,3149	1,6114	0,7219	0,0334	2,8377
43	24,2	0,1176	0,0000	0,3586	0,9087	0,4185	0,0071	1,8105
43	31,4	0,1227	0,1275	0,1801	1,1211	0,7876	0,0182	2,3571
43	38,7	0,0920	0,1085	0,3420	1,3896	1,0687	0,0217	3,0225
44	24,6	0,1339	0	0,1585	0,8316	0,7916	0,0102	1,9258
44	31,9	0,0496	0,0899	0,3339	1,1827	0,8267	0,0243	2,5072
44	39,3	0,1218	0,1207	0,3701	1,4652	1,1213	0,0157	3,2148